Zasady dynamiki Newtona

Pęd i popęd

Siły bezwładności

Inercjalne układy odniesienia

Układy inercjalne to takie układy odniesienia, względem których wszystkie ciała nie oddziałujące z innymi ciałami poruszają się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

Zasady dynamiki Newtona

Przyjmuje się, że zasady dynamiki Newtona obowiązują w układach inercjalnych.

Pierwsza zasada dynamiki

Każde ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym, dopóki oddziaływania z innymi ciałami nie zmuszą go do zmiany tego stanu.

Ruch ten odbywa się po drodze najkrótszej ze wszystkich możliwych, tj. po prostej.

Siła

Siła zmusza ciało do zmiany swojego stanu. Jeżeli pojawia się siła, ciało przechodzi z układu inercjalnego w nieinercjalny.

Siła jest wektorem.

Np. ciężar ciała jest równy sile, z jaką Ziemia przyciąga to ciało F = mg. Oznacza to, że na Księżycu ciężar ciała ulegnie zmianie, ale masa nie.

Druga zasada dynamiki

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Siła jest wektorem – jej kierunek i zwrot są zgodne z kierunkiem przyspieszenia. Siła F działająca na ciało udziela mu przyspieszenia a o wartości proporcjonalnej do wartości siły. Masa m jest tu współczynnikiem proporcjonalności.

Jednostki

Jednostką siły jest Newton.

$$N = kg*(m/s^2)$$

Inną jednostką jest kilogram-siła – 1kG

1kG = 9.81 N.

Trzecia zasada dynamiki

Jeżeli ciało A działa na ciało B pewną siłą, to ciało B działa na ciało A taką samą siłą (o takich samych wartości i kierunku), lecz o przeciwnym zwrocie.

$$F_{AB}=-F_{BA}$$

Pęd i popęd

Ciało poruszające się pod wpływem stałej siły uzyskuje stałe przyspieszenie:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{\Delta t}$$

ponieważ

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{F}\,\Delta t=m\vec{v}_2-m\vec{v}_1$$

Po lewej stronie mamy wyrażenie na iloczyn siły i czasu – to wyrażenie nazywamy popędem. Natomiast wyrażenie po prawej stronie nazywamy pędem p. Stąd:

$$\vec{F}\,\Delta t=\Delta\vec{p}$$

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

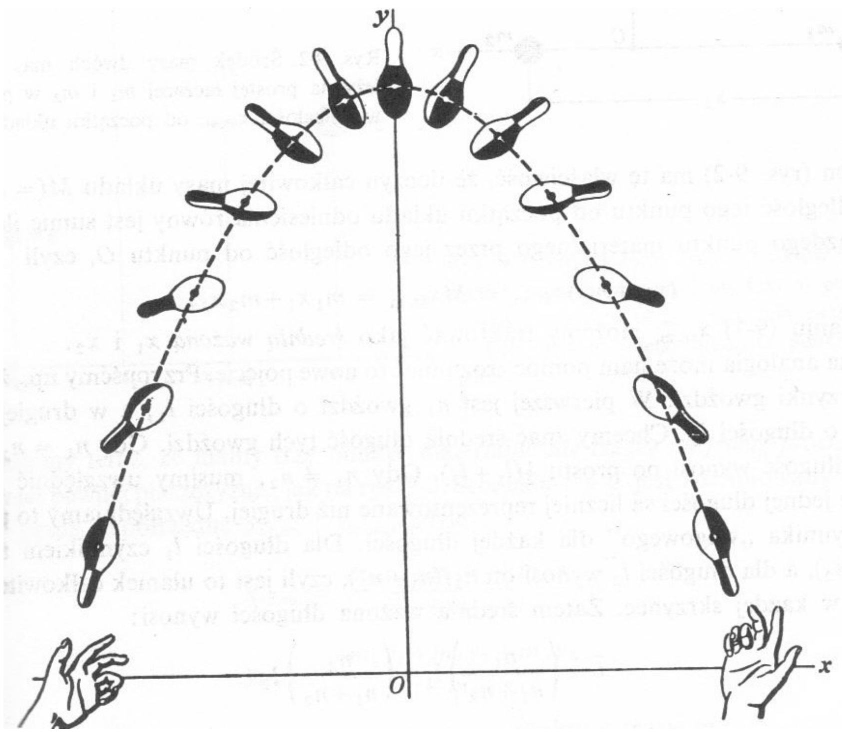
Prawo zachowania pędu

Całkowity pęd układu odosobnionego nie ulega zmianie podczas dowolnych procesów zachodzących w tym układzie.

Środek masy

Nie zawsze można ciało potraktować jako bezwymiarowy punkt materialny.w ruchu postępowym każdy punkt ciała doznaje tych samych przemieszczeń w miarę upływu czasu, tak więc ruch jednego punktu odzwierciedla ruch całego ciała. Nawet, gdy ciało wiruje lub drga istnieje w tym ciele punkt, który porusza się w taki sam sposób, w jaki poruszałby się pojedynczy punkt materialny poddany takim samym siłom zewnętrznym.

Środek masy

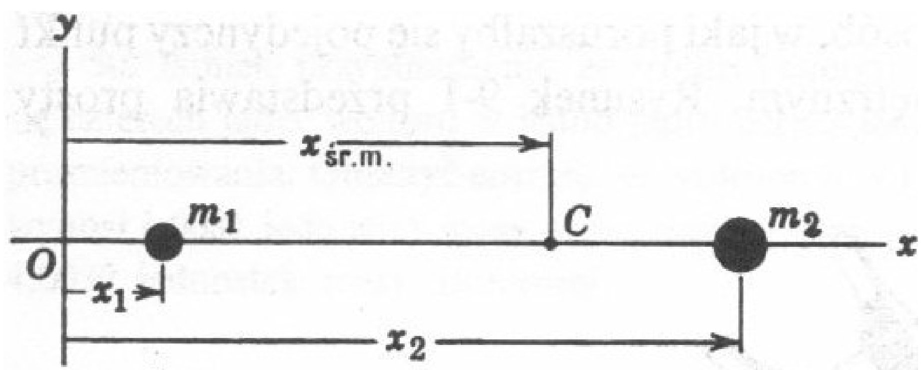


Maczuga gimnastyczna została rzucona przez jedną osobę do drugiej. Maczuga wykonuje skomplikowane ruchy obrotowe, ale mimo to da się znaleźć na jej osi punkt, zwany środniem masy, który porusza się po paraboli.

Środek masy

Rozpatrzmy układ złożony z dwóch punktów materialnych o masach m_1 i m_2, znajdujących się w punktach x_1 i x_2 względem początko 0 pewnego układu odniesienia. Definiujemy pewien punkt C, środek masy tego układu podając odległość $x_{śr.m.}$ od punktu 0.

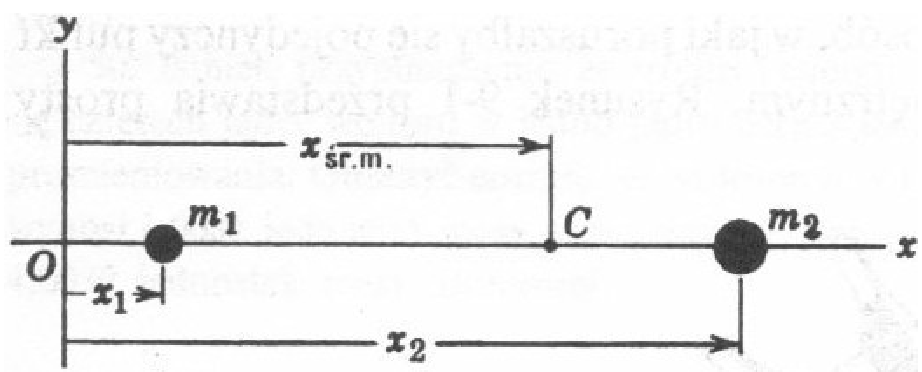
$$x_{sr.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$



Środek masy

Punkt C ma tę właściwość, że iloczyn całkowitej masy układu $M(=m_1+m_2)$ przez odległość tego punktu od początku układu odniesienia równy jest sumie iloczynów masy każdego punktu materialnego przez jego odległość od punktu 0:

$$(m_1+m_2)x_{sr.m.}=Mx_{sr.m.}=m_1x_1+m_2x_2$$



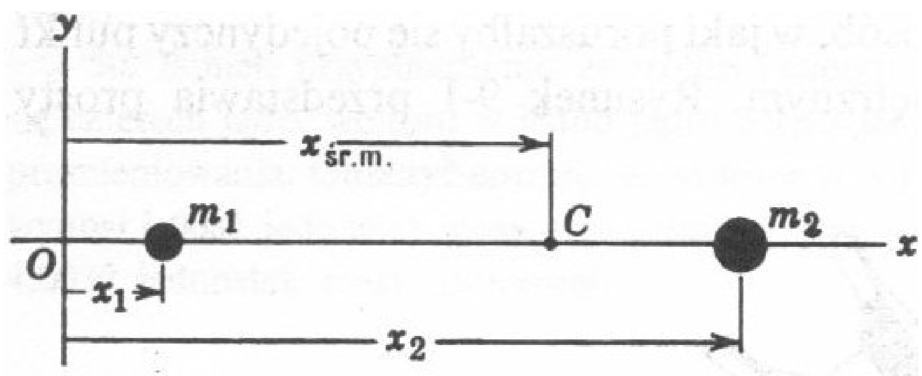
Środek masy

W przypadku n punktów leżących na linii prostej położenie środka masy układu tych punktów materialnych względem pewnego układu odniesienia wynosi:

$$x_{sr.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

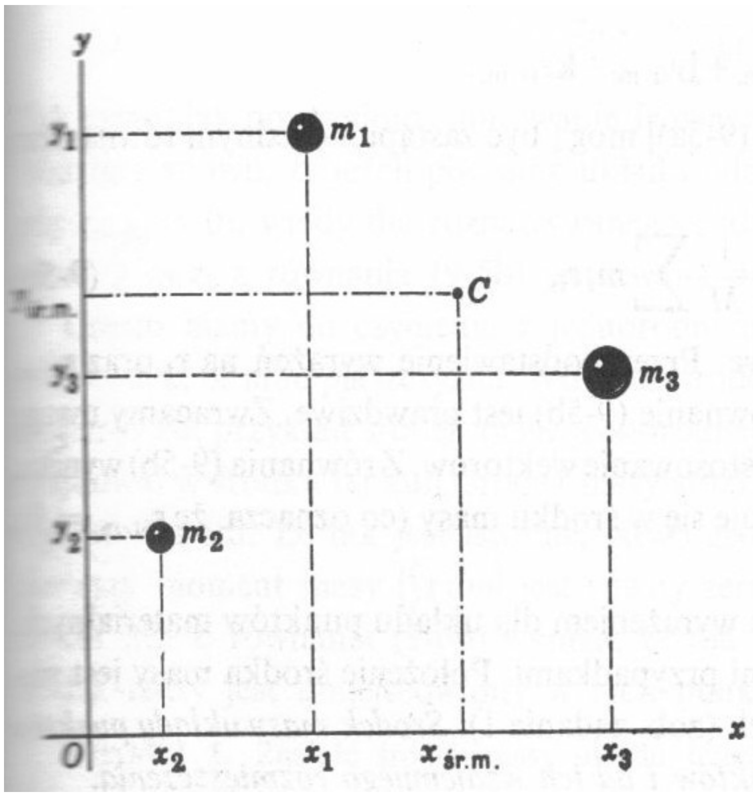
$$poniewa\dot{z}\; M = \sum m_i$$

$$M x_{sr.m.} = \sum m_i x_i$$



Środek masy

Jeżeli punkty nie leżą na prostej, ale na płaszczyznie, należy obliczyć x-ową i y-ową współrzędną środka masy

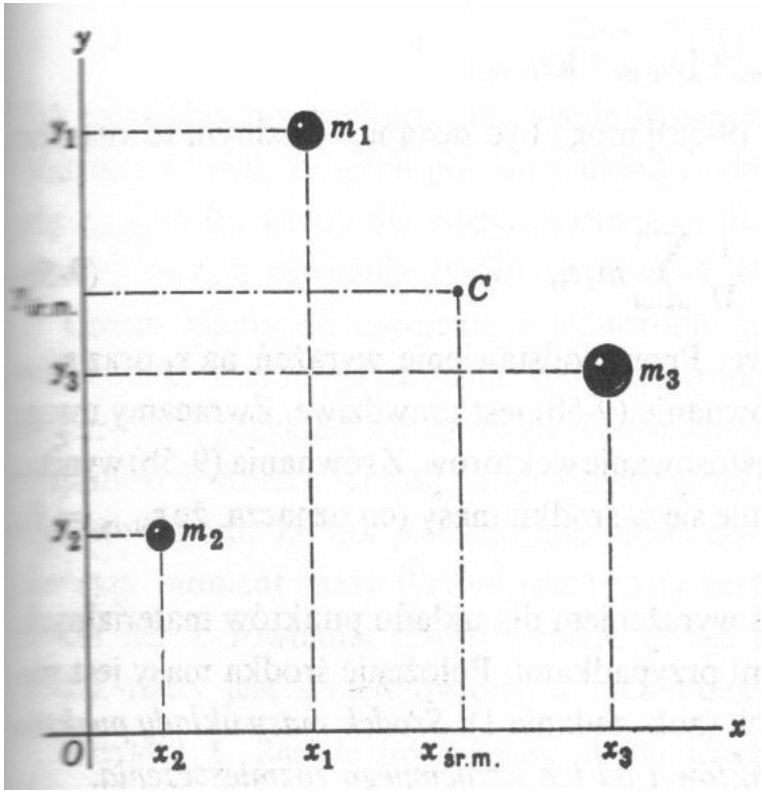


$$x_{sr.m.}=\frac{m_1 x_1+m_2 x_2+m_3 x_3}{m_1+m_2+m_3}$$

$$y_{sr.m.}=\frac{m_1 y_1+m_2 y_2+m_3 y_3}{m_1+m_2+m_3}$$

Środek masy

Jeżeli punkty nie leżą na prostej, ale na płaszczyznie, należy obliczyć x-ową i y-ową współrzędną środka masy



$$x_{sr.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{sr.m.} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Dla dużej liczby punków materialnych leżących na płaszczyźnie:

$$x_{sr.m.} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{1}{M} \sum m_i x_i$$

$$y_{sr.m.} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{1}{M} \sum m_i y_i$$

Środek masy

Jeżeli punkty są rozrzucone w przestrzeni:

$$x_{sr.m.} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{1}{M} \sum m_i x_i$$

$$y_{sr.m.} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{1}{M} \sum m_i y_i$$

$$z_{sr.m.} = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i} = \frac{1}{M} \sum m_i z_i$$

Środek masy

W zapisie wektorowym każdy punkt materialny układu może być opisany przy pomocy wektora położenia r_i w określonym układzie odniesienia, a środek masy może być umiejscowiony przy pomocy wektora położenia rsr.m. Wektory te związane są z x_i, y_i, z_i oraz z $x_{sr.m.}$, $y_{sr.m.}$, $z_{sr.m.}$, przy pomocy następujących zależności:

$$\vec{r}_i = \vec{i}\, x_i + \vec{j}\, y_i + \vec{k}\, z_i$$

$$oraz$$

$$\vec{r}_{sr.m.} = \vec{i}\, x_{sr.m} + \vec{j}\, y_{sr.m.} + \vec{k}\, z_{sr.m.}$$

Zatem trzy równania skalarne mogą być zastąpione jednym wektorowym, w którym występuje suma wektorowa:

$$\vec{r}_{sr.m.} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i .$$

Równanie to mówi, iż środek masy układu punktów materialnych zależy tylko od mas tych punktów i od ich wzajemnego rozmieszczenia.

Ruch środka masy

Rozważmy ruch układu punktów materialnych o masach m_1 ... m_n i masie calkowitej M w układzie izolowanym. Dla takiego układu można napisać:

$$M \vec{r_{sr.m.}} = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \ldots + m_n \vec{r}_n$$

gdzie $r_{sr.m.}$ jest wektorem określającym położenie środka masy w określonym układzie odniesienia. Podzielmy to równanie obustronnie przez czas:

$$M \frac{\vec{r_{sr.m.}}}{\Delta t} = m_1 \frac{\vec{r}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\vec{r}_2}{\Delta t} + \ldots + m_n \frac{\vec{r}_n}{\Delta t}$$

$$co\, daje$$

$$M \vec{v_{sr.m.}} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \ldots + m_n \vec{v}_n$$

Ruch środka masy

Podzielmy jeszcze raz to równanie przez czas t:

$$M\frac{\vec{v}_{sr.m.}}{\Delta t}=m_1\frac{\vec{v}_1}{\Delta t}+m_2\frac{\vec{v}_2}{\Delta t}+\ldots+m_n\frac{\vec{v}_n}{\Delta t}$$

$$co\,daje$$

$$M\vec{a}_{sr.m.}=m_1\vec{a}_1+m_2\vec{a}_2+\ldots+m_n\vec{a}_n$$

Powyższe równanie można napisać w postaci:

$$M\vec{a}_{sr.m.}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n$$

Mówi ono, że iloczyn całkowitej masy układu punktów materialnych i przyspieszenia jego środka masy równa się sumie wektorowej wszystkich sił działających na układ.

Ruch środka masy

Jednak siły występujące wewnątrz układu możemy pominąć, gdyż zgodnie z trzecią zasadą dynamiki są one równoważone przez siły reakcji i ich suma wynosi 0. Ostatnie równanie z poprzedniego slajdu możemy więc zapisać jako:

$$M\,\vec{a}_{sr.m.} = \vec{F}_{zew}$$

Z równania tego wynika, iż środek masy układu punktów materialnych porusza się w taki sposób, jakby cała masa układu układu była skupiona w środku masy i jakby wszystkie siły zewnętrzne nań działały.

Środek masy ciała czy układu pokrywa się ze środkiem ciężkości ciała czy układu ciał.

Pęd punktu materialnego

Pęd punktu materialnego definiujemy jako:

$$\vec{p}=m\vec{v}$$

Druga zasada dynamiki Newtona wyrażona za pomocą pędu brzmi: Zmiana pędu ciała w jednostce czasu jest proporcjonalna do wypadkowej siły działającej na to ciało i jest skierowana zgodnie z tą siłą.

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=m\vec{a}$$

Pęd układu punktów materialnych

Całkowity pęd P układu punktów materialnych definiujemy jako sumę geometryczną pędów poszczególnych punktów materialnych w tym samym układzie odniesienia.

$$\vec{P}=\vec{p}_1+\vec{p}_2+\ldots+\vec{p}_3=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+\ldots+m_n\vec{v}_n=M\,\vec{v_{sr.m.}}$$

Równanie to mówi, że całkowity pęd układu punktów materialnych jest równy iloczynowi całkowitej masy układu i prędkości jego środka masy.

Równanie opisujące drugą zasadę dynamiki Newtona dla układu punktów materialnych ma postać:

$$\vec{F_{zew}}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$$

Pęd układu punktów materialnych

Zasada zachowania pędu dla układu punktów materialnych mówi, że pędy poszczególnych punktów materialnych składających się na ten układ mogą ulegać zmianie, ale całkowity pęd układu pozostaje niezmienny.

Siła pozorna

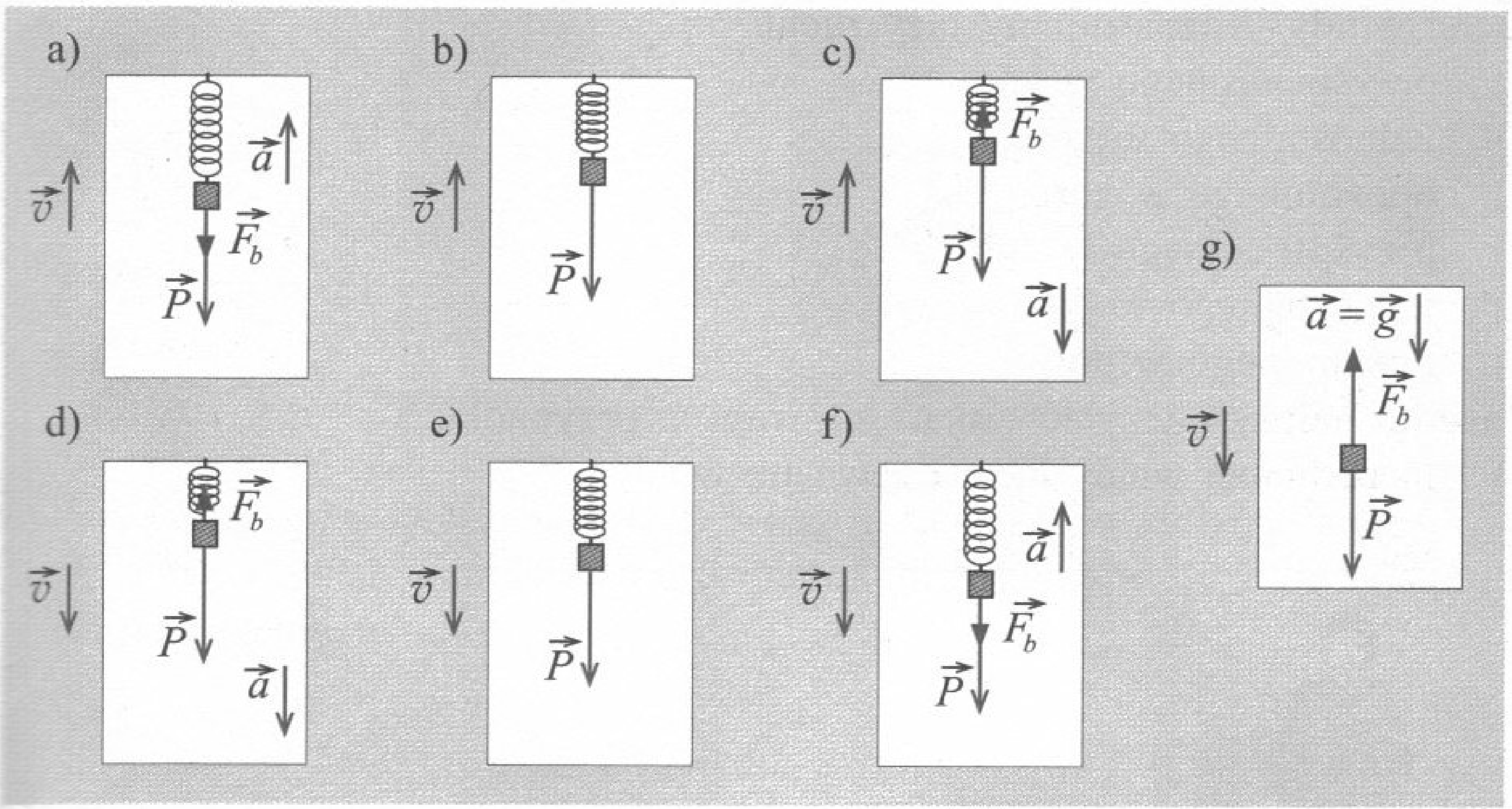
Siła pozorna (inaczej siła bezwładności) pojawia się tylko w układach nieinercjalnych. Siła ta przeciwdziała przyspieszeniu istniejącemu w układzie i wyraża się wzorem:

$$\vec{F}_b = -m\vec{a}$$

Druga zasada dynamiki Newtona zawierająca poprawkę na siły bezwładności ma postać:

$$\vec{F} = m\vec{a} + \vec{F}_b$$

Siła pozorna - przykład



Rys. 2.20. Na rysunkach a), c), d) i f) zwrot siły bezwładności jest zawsze przeciwny do przyśpieszenia windy, niezależnie od tego, czy winda jedzie w górę, czy w dół; na rysunkach b) i e) winda jedzie bez przyśpieszenia, brak sił bezwładności; w przypadku g) w spadającej windzie panuje „stan nieważkości”