3. ZASADY OBLICZANIA PRĄDÓW I NAPIĘĆ PRZY ZWARCIACH NIESYMETRYCZNYCH

3.1. Element liniowy i jego macierz impedancyjna

Elementy sieci sprowadzają się do układów, z których najprościej można by umownie nazwać czwórnikami trójfazowymi pokazane na rys. 3.1.



Rys. 3.1. Element czteroprzewodowy liniowy.

Rozważono stan ustalony, sinusoidalny pracy takiego elementu. W dalszej analizie założono, że impedancje takiego elementu są impedancjami liniowymi, dlatego element z rys. 3.1. nazywamy liniowym. Elementy takie są trudne do analizy, dlatego ograniczono się do elementów pozbawionych impedancji poprzecznych, co jest zgodne z założeniami przyjmowanymi w teorii zwarć. Element okrojony w ten sposób charakteryzuje się równością prądów na wejściu i wyjściu a wtedy można posługiwać się schematem z rys. 3.2. wprowadzając bezoporowy przewód powrotny. Impedancja ziemi jest wprowadzona do impedancji przewodów fazowych.



Rys. 3.2. Uproszczony element czteroprzewodowy.

Straty napięcia w takim elemencie w stanie ustalonym przy wymuszeniu sinusoidalnym można zapisać wzorem:

$$\Delta \underline{U}_{R} = \underline{U}_{R} - \underline{U}_{R}^{'} = \underline{Z}_{RR} \underline{I}_{R} + \underline{Z}_{RS} \underline{I}_{S} + \underline{Z}_{RT} \underline{I}_{T}$$

$$\Delta \underline{U}_{S} = \underline{U}_{S} - \underline{U}_{S}^{'} = \underline{Z}_{SR} \underline{I}_{R} + \underline{Z}_{SS} \underline{I}_{S} + \underline{Z}_{ST} \underline{I}_{T}$$

$$\Delta \underline{U}_{T} = \underline{U}_{T} - \underline{U}_{T}^{'} = \underline{Z}_{TR} \underline{I}_{R} + \underline{Z}_{TS} \underline{I}_{S} + \underline{Z}_{TT} \underline{I}_{T}$$
(3.1)

lub postaci macierzowej:

$$\Delta \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{Z}} \, \underline{\mathbf{I}} \tag{3.2}$$

przy czym:

$$\Delta \underline{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \Delta \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}} \\ \Delta \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} \\ \Delta \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}} - \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}'} \\ \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} - \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}'} \\ \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} - \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}'} \end{bmatrix}$$
(3.3)

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\mathbf{R}} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{S}} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{T}} \end{bmatrix}$$
(3.4)

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{RR} & \underline{Z}_{RS} & \underline{Z}_{RT} \\ \underline{Z}_{SR} & \underline{Z}_{SS} & \underline{Z}_{ST} \\ \underline{Z}_{TR} & \underline{Z}_{TS} & \underline{Z}_{TT} \end{bmatrix}$$
(3.5)

Element trójfazowy przedstawiony na rys. 3.2 nazwiemy **elementem symetrycznym**, jeśli jego macierz impedancyjna ma następującą budowę:

$$\mathbf{\underline{Z}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{s} & \underline{Z}_{m1} & \underline{Z}_{m2} \\ \underline{Z}_{m2} & \underline{Z}_{s} & \underline{Z}_{m1} \\ \underline{Z}_{m1} & \underline{Z}_{m2} & \underline{Z}_{s} \end{bmatrix}$$
(3.6)

a więc

$$\underline{Z}_{RR} = \underline{Z}_{SS} = \underline{Z}_{TT} = \underline{Z}_{s}$$

$$\underline{Z}_{RS} = \underline{Z}_{ST} = \underline{Z}_{TR} = \underline{Z}_{ml}$$

$$\underline{Z}_{RT} = \underline{Z}_{TS} = \underline{Z}_{SR} = \underline{Z}_{m2}$$
(3.7)

Gdy element trójfazowy symetryczny jest elementem statycznym, to:

$$\underline{Z}_{m1} = \underline{Z}_{m2} = \underline{Z}_{m} \tag{3.8}$$

a macierz impedancyjna będzie:

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{s}} & \underline{Z}_{\mathrm{m}} & \underline{Z}_{\mathrm{m}} \\ \underline{Z}_{\mathrm{m}} & \underline{Z}_{\mathrm{s}} & \underline{Z}_{\mathrm{m}} \\ \underline{Z}_{\mathrm{m}} & \underline{Z}_{\mathrm{m}} & \underline{Z}_{\mathrm{s}} \end{bmatrix}$$
(3.9)

W dalszych rozważaniach zajęto się tylko elementem trójfazowym symetrycznym. Układy wektorów prądów i napięć w ogólnym przypadku mogą być układami niesymetrycznymi.

Należy zauważyć, że gdy prądy fazowe w układzie trójfazowym tworzą układ symetryczny, tzn.:

$$\underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{S}} = \mathbf{a}^2 \, \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{R}} = \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{R}} \, \mathbf{e}^{\mathrm{j}240^\circ} \qquad \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{T}} = \mathbf{a} \, \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{R}} = \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{R}} \mathbf{e}^{\mathrm{j}120^\circ} \tag{3.10}$$

to spadki napięć na symetrycznym, statycznym elemencie trójfazowym można opisać następującymi równaniami:

$$\Delta \underline{U}_{R} = \underline{Z}_{s} \underline{I}_{R} + \underline{Z}_{m} \underline{I}_{S} + \underline{Z}_{m} \underline{I}_{T} = \underline{Z}_{s} \underline{I}_{R} + \underline{Z}_{m} a^{2} \underline{I}_{R} + \underline{Z}_{m} a \underline{I}_{R} = (\underline{Z}_{s} - \underline{Z}_{m}) \underline{I}_{R}$$

$$\Delta \underline{U}_{S} = \underline{Z}_{m} \underline{I}_{R} + \underline{Z}_{s} \underline{I}_{S} + \underline{Z}_{m} \underline{I}_{T} = \underline{Z}_{m} a \underline{I}_{S} + \underline{Z}_{s} \underline{I}_{S} + \underline{Z}_{m} a^{2} \underline{I}_{S} = (\underline{Z}_{s} - \underline{Z}_{m}) \underline{I}_{S}$$

$$\Delta \underline{U}_{T} = \underline{Z}_{m} \underline{I}_{R} + \underline{Z}_{m} \underline{I}_{S} + \underline{Z}_{s} \underline{I}_{T} = \underline{Z}_{m} a^{2} \underline{I}_{T} + \underline{Z}_{m} a \underline{I}_{T} + \underline{Z}_{s} \underline{I}_{T} = (\underline{Z}_{s} - \underline{Z}_{m}) \underline{I}_{T}$$
(3.11)

albowiem

$$a^{2} + a + 1 = \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 1 = 0$$
(3.12)

Macierz impedancyjna symetrycznego elementu trójfazowego obciążonego symetrycznymi prądami staje się macierzą diagonalną, a obliczenia można wtedy prowadzić dla zastępczych obwodów jednofazowych np. fazy R.

3.2. Podstawy teorii składowych symetrycznych

W obwodach elektrycznych złożonych z elementów symetrycznych mogą występować niesymetryczne układy wektorów prądów i napięć np. w przypadku zwarć niesymetrycznych. Operowanie w tych przypadkach prądami, napięciami i skojarzeniami magnetycznymi własnymi i wzajemnymi, prowadzi do dużych komplikacji natury obliczeniowej. Gdyby macierz impedancyjna elementu trójfazowego była diagonalna, to nawet przy prądach niesymetrycznych spadek napięcia w każdej fazie zależałby tylko od prądu w tej właśnie fazie. Należałoby więc znaleźć takie przekształcenie liniowe, które zdiagonalizuje macierze impedancyjne wszystkich elementów sieciowych, przy czym jedno przekształcenie ma diagonalizować wszystkie macierze. Z algebry liniowej wiadomo, że dla każdej macierzy można znaleźć odpowiednie przekształcenie diagonalizujące, ale stosowanie różnych przekształceń do różnych macierzy utrudniłoby pracę. W przypadku, gdy elementy układu elektroenergetycznego są symetryczne można znaleźć macierz diagonalizującą macierze impedancyjne elementów.

Wyznaczono taką macierzy **A**, przy czym:

 $\det \underline{\mathbf{A}} \neq 0$

(3.13)

która nie zmieniając zależności (3.2) uczyni przekształconą macierz impedancyjną (3.3) macierzą diagonalną.

W tym celu równanie (3.2) pomnożono lewostronnie przez A

$$\underline{\mathbf{A}} \Delta \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{A}} \, \underline{\mathbf{Z}} \, \underline{\mathbf{I}} \tag{3.14}$$

a do równania (2.14) wprowadzono iloczyn

$$\underline{\mathbf{A}} \ \underline{\mathbf{A}}^{-1} = \underline{\mathbf{A}}^{-1} \ \underline{\mathbf{A}} = \mathbf{1}$$
(3.15)

W wyniku otrzymano równanie:

$$\underline{\mathbf{A}} \Delta \underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{A}} \, \underline{\mathbf{Z}} \, \underline{\mathbf{A}}^{-1} \, \underline{\mathbf{A}} \, \underline{\mathbf{I}} \tag{3.16}$$

Wprowadzając oznaczenia dla wielkości przekształconych:

$$\Delta \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{P}} = \underline{\mathbf{A}} \ \Delta \underline{\mathbf{U}}$$
(3.17)

$$\mathbf{I}_{\mathrm{P}} = \mathbf{\underline{A}} \,\mathbf{\underline{I}} \tag{3.18}$$

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{P}} = \mathbf{A} \mathbf{Z} \mathbf{A}^{-1}$$
(3.19)

otrzymano równanie:

$$\Delta \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{P}} = \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{P}} \, \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{P}} \tag{3.20}$$

które jest postaci równania (3.2). Macierz <u>A</u> należy tak dobrać, aby macierz <u>Z</u>_P była macierzą diagonalną. Będzie to spełnione dla:

$$\underline{\mathbf{A}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \underline{k} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{m} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$
(3.21)

<u>k</u>, <u>m</u>, <u>n</u> – dowolne liczby zespolone, przy czym <u>k</u> <u>m</u> <u>n</u> \neq 0

Warto zauważyć, że własności diagonalizowania \underline{Z} posiada nieskończenie wiele macierzy. Przyjęcie, że $\underline{k} = \underline{m} = \underline{n} = 1$ to mamy tzw. macierz \underline{S} , która jest najprostszą postacią macierzy \underline{A} i tą macierz przyjęto jako macierz diagonalizującą. Macierz \underline{S} ma więc postać:

$$\underline{\mathbf{S}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$
(3.22)

a macierz odwrotna \underline{S}^{-1}

$$\underline{\mathbf{S}}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$
(3.23)

Po wprowadzeniu w miejsce macierzy **A** macierz **S** do równania (3.18) otrzymano równanie:

$$\mathbf{I}_{P} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{(0)} \\ \underline{I}_{(1)} \\ \underline{I}_{(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^{2} \\ 1 & a^{2} & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{R} \\ \underline{I}_{S} \\ \underline{I}_{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \left(\underline{I}_{R} + \underline{I}_{S} + \underline{I}_{T} \right) \\ \frac{1}{3} \left(\underline{I}_{R} + a \, \underline{I}_{S} + a^{2} \, \underline{I}_{T} \right) \\ \frac{1}{3} \left(\underline{I}_{R} + a^{2} \, \underline{I}_{S} + a \, \underline{I}_{T} \right) \end{bmatrix}$$
(3.24)

Prądy fazowe otrzymujemy z równania:

$$\mathbf{\underline{I}} = \mathbf{\underline{S}}^{-1} \, \mathbf{\underline{I}}_{\mathrm{P}} \tag{3.25}$$

które w postaci rozwiniętej ma postać:

$$I_{R} = I_{(0)} + I_{(1)} + I_{(2)}$$

$$I_{S} = I_{(0)} + a^{2} I_{(1)} + a I_{(2)}$$

$$I_{T} = I_{(0)} + a I_{(1)} + a^{2} I_{(2)}$$
(3.26)

Równanie można napisać w postaci:

$$\underline{I}_{R} = \underline{I}_{(0)R} + \underline{I}_{(1)R} + \underline{I}_{(2)R}
\underline{I}_{S} = \underline{I}_{(0)S} + \underline{I}_{(1)S} + \underline{I}_{(2)S}
\underline{I}_{T} = \underline{I}_{(0)T} + \underline{I}_{(1)T} + \underline{I}_{(2)T}$$
(3.27)

Składowe

$$\underline{I}_{(0)R} = \underline{I}_{(0)S} = \underline{I}_{(0)T} = \underline{I}_{(0)}$$
(3.28)

tworzą **symetryczny układ kolejności zerowej** (nazwa wzięła się z zerowych wartości kąta między wektorami). Wielkość $\underline{I}_{(0)}$ nazywa się prądem składowej zerowej lub składową zerową prądu. To samo możemy powiedzieć o napięciu.

Składowe:

$$\underline{I}_{(1)R} = \underline{I}_{(1)} \qquad \underline{I}_{(1)S} = a^2 \underline{I}_{(1)} \qquad \underline{I}_{(1)T} = a \underline{I}_{(1)}$$
(3.29)

tworzą symetryczny układ kolejności zgodnej. Prąd $\underline{I}_{(1)}$ nazywa się składową zgodną prądu.

Składowe:

$$\underline{I}_{(2)R} = \underline{I}_{(2)} \qquad \underline{I}_{(2)S} = a \, \underline{I}_{(2)} \qquad \underline{I}_{(2)T} = a^2 \, \underline{I}_{(2)}$$
(3.30)

tworzą symetryczny układ kolejności przeciwnej, a prąd $I_{(2)}$ - to składowa przeciwna prądu.

Możliwość rozkładu niesymetrycznego układu prądów fazowych na trzy układy symetryczne oraz możliwość złożenia z trzech układów symetrycznych dowolnych trzech wektorów niesymetrycznych było ideą składowych symetrycznych zaproponowanego przez Fortescue'a w 1918 r. Graficzna weryfikacja tej tezy została pokazana na rys. 3.3.



Rys. 3.3 Rozkład trzech niesymetrycznych wektorów fazowych na zestaw trzech układów symetrycznych (przypadek a) oraz zbudowanie trzech niesymetrycznych wektorów fazowych w oparciu o zestaw trzech układów symetrycznych (przypadek b).

Faza, dla której zachodzi:

$$\underline{\mathbf{I}}_{\alpha} = \underline{\mathbf{I}}_{(0)} + \underline{\mathbf{I}}_{(1)} + \underline{\mathbf{I}}_{(2)} \tag{3.31}$$

nazywa się fazą osobliwą (odniesienia, podstawową). Każda z faz może być fazą osobliwą. Fazą osobliwą jest faza, która w macierzy \mathbf{I} jest w pierwszym wierszu. Może to być w przypadku ogólnym faza R, S lub T. Kolejność umieszczenia dalszych prądów fazowych w kolejnych wierszach macierzy \mathbf{I} wynika z następstwa faz. W obliczeniach prądów zwarć niesymetrycznych jako fazę osobliwą przyjmuje się fazę, która jest w odmiennych warunkach od dwóch pozostałych faz i tak np. dla zwarcia dwufazowego faz R i S będzie to faza T, a dla zwarcia jednofazowego w fazie R - faza R.

Po wprowadzeniu do równania (3.19) zamiast macierzy **A** macierz **S** oraz otrzymujemy:

$$\mathbf{\underline{Z}}_{P} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{(0)(0)} & \underline{Z}_{(0)(1)} & \underline{Z}_{(0)(2)} \\ \underline{Z}_{(1)(0)} & \underline{Z}_{(1)(1)} & \underline{Z}_{(1)(2)} \\ \underline{Z}_{(2)(0)} & \underline{Z}_{(2)(1)} & \underline{Z}_{(2)(2)} \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{s} + \underline{Z}_{m1} + \underline{Z}_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{s} + a^{2} \underline{Z}_{m1} + a \underline{Z}_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{s} + a \underline{Z}_{m1} + a^{2} \underline{Z}_{m2} \end{bmatrix}$$
(3.32)

a gdy element jest symetryczny i statyczny:

$$\underline{\mathbf{Z}}_{P} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{s} + 2\underline{Z}_{m} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{s} - \underline{Z}_{m} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{s} - \underline{Z}_{m} \end{bmatrix}$$
(3.33)

Z powyższej macierzy otrzymano, że:

$$\underline{Z}_{(1)} = \underline{Z}_{(2)} = \underline{Z}_{s} - \underline{Z}_{m}$$
(3.34)

$$\underline{Z}_{(0)} = \underline{Z}_{s} + 2\underline{Z}_{m} \tag{3.35}$$

a po przekształceniu:

$$\underline{Z}_{s} = \frac{\underline{Z}_{(0)} + 2\underline{Z}_{(1)}}{3}$$
(3.36)

$$\underline{Z}_{\rm m} = \frac{\underline{Z}_{(0)} - \underline{Z}_{(1)}}{3} \tag{3.37}$$

Element trójfazowy, którego macierz \underline{Z}_{P} jest macierzą diagonalną jest elementem symetrycznym układzie współrzędnych fazowych.

Sprawdzono czy przekształcenie z układu współrzędnych fazowych do układu składowych symetrycznych jest przekształceniem unitarnym tzn. niezmienniczym względem mocy. Moc \underline{S} w układzie trójfazowym wynosi:

$$\underline{S} = \underline{U}_{R} \underline{I}_{R}^{*} + \underline{U}_{S} \underline{I}_{S}^{*} + \underline{U}_{T} \underline{I}_{T}^{*} = \underline{U}^{T} \underline{I}^{*}$$
(3.38)

a iloczyn

$$\underline{\mathbf{U}}_{P}^{T} \, \underline{\mathbf{I}}_{P}^{*} = \underline{\mathbf{U}}^{T} \, \underline{\mathbf{S}}^{T} \, \underline{\mathbf{S}}^{*} \, \underline{\mathbf{I}}^{*} = \frac{1}{3} \underline{\mathbf{U}}^{T} \, \underline{\mathbf{I}}^{*} = \frac{1}{3} \underline{\mathbf{S}}$$
(3.39)

gdyż:

$$\underline{\mathbf{U}}_{P}^{T} = \left(\underline{\mathbf{S}} \ \underline{\mathbf{U}}\right)^{T} = \underline{\mathbf{U}}^{T} \ \underline{\mathbf{S}}^{T}$$
(3.40)

$$\mathbf{I}_{\mathbf{P}}^{*} = \left(\mathbf{\underline{S}} \ \mathbf{\underline{I}}\right)^{*} = \mathbf{\underline{S}}^{*} \ \mathbf{\underline{I}}^{*}$$
(3.41)

$$\underline{\mathbf{S}}^{\mathrm{T}} = \underline{\mathbf{S}}$$
(3.42)

$$\underline{\mathbf{S}}^* = \frac{1}{3} \underline{\mathbf{S}}^{-1} \tag{3.43}$$

a więc nie jest przekształceniem unitarnym albowiem moc w układzie składowych symetrycznych wyraża się wzorem:

$$\underline{S} = 3 \, \underline{U}_{P}^{T} \, \underline{I}_{P}^{*} = 3 \left(\underline{U}_{(0)} \, \underline{I}_{(0)}^{*} + \underline{U}_{(1)} \, \underline{I}_{(1)}^{*} + \underline{U}_{(2)} \, \underline{I}_{(2)}^{*} \right)$$
(3.44)

W celu otrzymania przekształcenia unitarnego stosowane są tzw. składowe Krona a macierz przekształcenia Krona jest postaci $\sqrt{3}$ **S**

3.3. Schematy zastępcze dla składowych symetrycznych

Rozpatrzmy prosty, trójfazowy układ przesyłowy, którego schemat zastępczy jest na rys. 3.4.



$\underline{I}_{R} + \underline{I}_{S} + \underline{I}_{T}$

Rys. 3.4 Schemat rozpatrywanego układu, gdzie:

Z - impedancje własne i wzajemne układu przesyłowego

 \underline{Z}_u - impedancja uziemienia punktu gwiazdowego źródła.

Oznaczając:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\mathrm{R}} \\ \mathbf{I}_{\mathrm{S}} \\ \mathbf{I}_{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$
(3.45)

$$\mathbf{\underline{E}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{E}}_{R} \\ \underline{\underline{E}}_{S} \\ \underline{\underline{E}}_{T} \end{bmatrix}$$
(3.46)

$$\mathbf{\underline{U}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{S}} \\ \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}} \end{bmatrix}$$
(3.47)

$$\Delta \underline{U}_{u} = \underline{Z}_{u} \left(\underline{I}_{R} + \underline{I}_{S} + \underline{I}_{T} \right)$$
(3.48)

lub macierzowo:

$$\Delta \underline{\underline{U}}_{u} = \begin{bmatrix} \Delta \underline{\underline{U}}_{u} \\ \Delta \underline{\underline{U}}_{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{u} & \underline{Z}_{u} & \underline{Z}_{u} \\ \underline{Z}_{u} & \underline{Z}_{u} & \underline{Z}_{u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{R} \\ \underline{I}_{S} \\ \underline{I}_{T} \end{bmatrix}$$
(3.49)

Zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa jest:

$$\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{U}} + \Delta \underline{\mathbf{U}} + \Delta \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{u}} \tag{3.50}$$

przy czym macierz fazowych strat napięcia opisana jest równaniem (3.1). Układ równań (3.50) opisuje powyższy schemat a w formie rozwiniętej ma postać:

$$\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{U}} + \underline{\mathbf{Z}} \, \underline{\mathbf{I}} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{u}} \, \underline{\mathbf{I}} \tag{3.51}$$

Przechodząc do układu składowych symetrycznych pomnożono lewostronnie równanie (3.51) przez macierz **S** otrzymując:

$$\underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{U}} + \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{Z}} \underline{\mathbf{S}}^{-1} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{I}} + \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{Z}}_{u} \underline{\mathbf{S}}^{-1} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{I}}_{u}$$
(3.52)

Oznaczając:

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{P}} = \underline{\mathbf{S}} \, \underline{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{E}}_{(0)} \\ \underline{\mathbf{E}}_{(1)} \\ \underline{\mathbf{E}}_{(2)} \end{bmatrix}$$
(3.53)

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{P}} = \underline{\mathbf{S}} \, \underline{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{U}}_{(0)} \\ \underline{\mathbf{U}}_{(1)} \\ \underline{\mathbf{U}}_{(2)} \end{bmatrix}$$
(3.54)

$$\mathbf{I}_{\mathbf{P}} = \mathbf{\underline{S}} \ \mathbf{\underline{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{\underline{I}}_{(0)} \\ \mathbf{\underline{I}}_{(1)} \\ \mathbf{\underline{I}}_{(2)} \end{bmatrix}$$
(3.55)

$$\underline{\mathbf{Z}}_{P} = \underline{\mathbf{S}} \, \underline{\mathbf{Z}} \, \underline{\mathbf{S}}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{(0)(0)} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{(1)(1)} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{(2)(2)} \end{bmatrix}$$
(3.56)
$$\underline{\mathbf{Z}}_{uP} = \underline{\mathbf{S}} \, \underline{\mathbf{Z}}_{u} \, \underline{\mathbf{S}}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 \underline{Z}_{u} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.57)

otrzymano równanie (3.51) w układzie współrzędnych składowych symetrycznych w postaci:

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{P}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{P}} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{P}} \, \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{P}} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{uP}} \, \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{P}} \tag{3.58}$$

Przyjmuje się, że siły elektromotoryczne źródeł zawsze tworzą układ symetryczny, a więc:

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{S}} = \mathbf{a}^2 \ \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{R}} \tag{3.59}$$

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{T}} = \mathbf{a} \, \underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{R}} \tag{3.60}$$

wtedy

$$E_{(0)} = \frac{1}{3}(E_R + a^2 E_R + a E_R) = \frac{1}{3}E_R(1 + a^2 + a) = 0$$
(3.61)

$$E_{(1)} = \frac{1}{3}(E_R + a a^2 E_R + a^2 a E_R) = \frac{1}{3}3E_R = E_R$$
(3.62)

$$E_{(2)} = \frac{1}{3}(E_R + a^2 a^2 E_R + a a E_R) = \frac{1}{3}E_R(1 + a + a^a) = 0$$
(3.63)

czyli:

$$\mathbf{\underline{E}}_{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{E}}_{(0)} \\ \underline{\underline{E}}_{(1)} \\ \underline{\underline{E}}_{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{\underline{E}}_{\mathbf{R}} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.64)

Gdy układ przesyłowy jest symetryczny i statyczny, to straty napięć w układzie składowych symetrycznych są w postaci:

$$\Delta \underline{U}_{(0)} = \underline{Z}_{(0)(0)} \underline{I}_{(0)} = (\underline{Z}_{s} + 2\underline{Z}_{m}) \underline{I}_{(0)}$$

$$\Delta \underline{U}_{(1)} = \underline{Z}_{(1)(1)} \underline{I}_{(1)} = (\underline{Z}_{s} - \underline{Z}_{m}) \underline{I}_{(1)}$$

$$\Delta \underline{U}_{(2)} = \underline{Z}_{(2)(2)} \underline{I}_{(2)} = (\underline{Z}_{s} - \underline{Z}_{m}) \underline{I}_{(2)}$$
(3.65)

Straty napięć na impedancji uziemienia w układzie składowych symetrycznych wynoszą:

$$\Delta \underline{U}_{u(0)} = 3 \underline{Z}_{u} \underline{I}_{(0)}$$

$$\Delta \underline{U}_{u(1)} = 0$$

$$\Delta \underline{U}_{u(2)} = 0$$
(3.66)

Po podstawieniu otrzymano:

$$0 = \underline{U}_{(0)} + \underline{Z}_{(0)(0)} \,\underline{I}_{(0)} + 3\underline{Z}_{u} \,\underline{I}_{(0)}$$
(3.67)

$$\underline{E}_{(1)} = \underline{U}_{(1)} + \underline{Z}_{(1)(1)} \underline{I}_{(1)}$$
(3.68)

$$0 = \underline{U}_{(2)} + \underline{Z}_{(2)(2)} \underline{I}_{(2)}$$
(3.69)

po przekształceniu

$$\underline{\mathbf{U}}_{(0)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(0)(0)} \,\underline{\mathbf{I}}_{(0)} - 3\,\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{u}} \,\underline{\mathbf{I}}_{(0)} = -\left(\underline{\mathbf{Z}}_{(0)(0)} + 3\,\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{u}}\right)\underline{\mathbf{I}}_{(0)} \tag{3.70}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{E}}_{(1)} - \underline{\mathbf{Z}}_{(1)(1)} \, \underline{\mathbf{I}}_{(1)} \tag{3.71}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{(2)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(2)(2)} \, \underline{\mathbf{I}}_{(2)} \tag{3.72}$$

Oznaczając:

$$\underline{Z}_{(0)} = \left(\underline{Z}_{(0)(0)} + 3\underline{Z}_{u}\right)$$

$$\underline{Z}_{(1)} = \underline{Z}_{(1)(1)}$$

$$\underline{Z}_{(2)} = \underline{Z}_{(2)(2)}$$
(3.73)



Rys. 3.5 Schematy zastępcze dla składowych symetrycznych: a) zgodnej, b) przeciwnej, c)zerowej.

gdzie:

- $\underline{Z}_{(0)}$ impedancja zastępcza sieci dla składowej zerowej,
- $\underline{Z}_{(1)}$ impedancja zastępcza sieci dla składowej zgodnej,
- $\underline{Z}_{(2)}$ impedancja zastępcza sieci dla składowej przeciwnej.

Układ równań (3.70)-(3.72) można zapisać w postaci:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(0)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(0)} \,\underline{\mathbf{I}}_{(0)} \tag{3.74}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{E}}_{(1)} - \underline{\mathbf{Z}}_{(1)} \, \underline{\mathbf{I}}_{(1)} \tag{3.75}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{(2)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(2)} \,\underline{\mathbf{I}}_{(2)} \tag{3.76}$$

Z powyższych równań wynika, że można mówić o trzech zastępczych, jednofazowych, niesprzęgniętych impedancją wzajemną obwodach, a mianowicie dla składowej zerowej, zgodnej i przeciwnej, przedstawionych na rys. 3.5. Punkty $P_{(1)}$, $P_{(2)}$ i $P_{(0)}$ w obwodach poszczególnych składowych odpowiadają punktowi K w sieci rzeczywistej i są to tzw. punkty początkowe obwodów, a punkty $K_{(1)}$, $K_{(2)}$ i $K_{(0)}$ - punkty końcowe znajdujące się w umyślonym przewodzie powrotnym.

3.4. Transformacja składowych symetrycznych

Transformacja napięcia i prądu w transformatorze powoduje zmianę wartości ich modułów zależnie od przekładni transformatora oraz zmianę fazy zależnie od sposobu połączeń uzwojeń transformatora – grupy układu połączeń tych uzwojeń. Przekładnia zespolona transformatora $\underline{9}$ jest zdefiniowana:

$$\underline{\vartheta} = \frac{\underline{U}_g}{\underline{U}_d} = \frac{\underline{U}_g}{\underline{U}_d} e^{jN\frac{\Pi}{6}} = \vartheta e^{jN\frac{\Pi}{6}}$$
(3.77)

gdzie:

- N tzw. przesunięcie godzinowe transformatora np. dla transformatora o układzie połączeń Yd11 wynosi N=11,
- $N\frac{\Pi}{6}$ kąt między napięciem górnym i dolnym transformatora liczony przeciwnie do ruchu wskazówek zegara od napięcia dolnego do górnego.

Założono, że występuje idealna transformacja tzn. pomijamy prąd magnesujący transformatora. Transformacja napięcia dla składowej zgodnej zachodzi zgodnie ze wzorem:

$$\underline{\vartheta}_{(1)} = \frac{\underline{U}_{(1)g}}{\underline{U}_{(1)d}} = \underline{\vartheta}$$
(3.78)

Z powyższego wzoru wynika:

$$\underline{U}_{(1)g} = \underline{U}_{(1)d} \ \underline{\vartheta} = \underline{U}_{(1)d} \ \vartheta e^{jN\frac{\Pi}{6}}$$
(3.79)

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)\mathbf{d}} = \underline{\mathbf{U}}_{(1)\mathbf{g}} \ \frac{1}{\underline{9}} = \underline{\mathbf{U}}_{(1)\mathbf{g}} \ \frac{1}{\underline{9}} e^{-jN\frac{\Pi}{6}}$$
(3.80)

Transformacja prądu jest następująca:

$$\underline{9}^* = \frac{\underline{I}_{(1)d}}{\underline{I}_{(1)g}}$$
(3.81)

$$\underline{I}_{(1)g} = \underline{I}_{(1)d} \ \frac{1}{\underline{9}^*} = \underline{I}_{(1)d} \ \frac{1}{9} e^{jN\frac{\Pi}{6}}$$
(3.82)

$$\underline{I}_{(1)d} = \underline{I}_{(1)g} \ \underline{9}^* = \underline{I}_{(1)g} \ 9e^{-jN\frac{\Pi}{6}}$$
(3.83)

Zależności między składowymi przeciwnymi napięć i prądów otrzymano zastępując w powyższych wzorach przekładnię zespoloną transformatora jej wartością sprzężoną. Wynika to z faktu, że dla układu składowej przeciwnej transformator ma inną grupę połączeń. Dla składowej przeciwnej przesunięcie godzinowe transformatora równa się dopełnieniu do dwunastu przesunięcia godzinowego dla składowej zgodnej tzn. jeżeli dla składowej zgodnej grupa połączeń wynosi Yd11, a N₍₁₎=11 to dla składowej przeciwnej transformator ma grupę połączeń Yd1, a przesunięcie godzinowe N₍₂₎=1. Taka zmiana grupy połączeń odpowiada zastąpieniu przekładni zespolonej transformatora przez przekładnię sprzężoną. Powyższą zmianę można również uzasadnić matematycznie. W tym celu rozpatrzono transformator o grupie połączeń Yd11. Przekładnia zwojowa tego transformatora wynosi:

$$\Theta_z = \frac{\Theta}{\sqrt{3}} \tag{3.84}$$

Dla tego transformatora zależność pomiędzy prądami fazowymi po stronie górnej i dolnej jest następująca:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{dR} \\ \underline{I}_{dS} \\ \underline{I}_{dT} \end{bmatrix} = \vartheta_z \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{gR} \\ \underline{I}_{gS} \\ \underline{I}_{gT} \end{bmatrix}$$
(3.85)

lub

$$\mathbf{I}_{d} = \boldsymbol{\vartheta}_{z} \, \mathbf{\underline{N}} \, \mathbf{I}_{g} \tag{3.86}$$

Przekształcono to równanie do układu składowych symetrycznych:

$$\underline{\mathbf{S}}\,\underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}} = \vartheta_{\mathrm{z}}\,\underline{\mathbf{S}}\,\underline{\mathbf{N}}\,\underline{\mathbf{S}}^{-1}\,\,\underline{\mathbf{S}}\,\underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{g}} \tag{3.87}$$

$$\mathbf{I}_{dP} = \vartheta_z \, \mathbf{N}_P \, \mathbf{I}_{gP} \tag{3.88}$$

$$\underline{\mathbf{N}}_{P} = \underline{\mathbf{S}} \, \underline{\mathbf{N}} \, \underline{\mathbf{S}}^{-1} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j330^{\circ}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j330^{\circ}} \end{bmatrix}$$
(3.89)

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{(0)d} \\ \underline{I}_{(1)d} \\ \underline{I}_{(2)d} \end{bmatrix} = \vartheta_z \sqrt{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j330^\circ} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j330^\circ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{(0)g} \\ \underline{I}_{(1)g} \\ \underline{I}_{(2)g} \end{bmatrix}$$
(3.90)

$$\underline{I}_{(1)d} = \vartheta \, \underline{I}_{(1)g} \, e^{-j330^{\circ}}$$
(3.91)

$$\underline{I}_{(2)d} = \vartheta \, \underline{I}_{(2)g} \, e^{j330^{\circ}}$$
(3.92)

Transformacja napięcia dla składowej przeciwnej zachodzi zgodnie ze wzorem:

$$\underline{\vartheta}^* = \frac{\underline{\mathrm{U}}_{(2)g}}{\underline{\mathrm{U}}_{(2)d}} \tag{3.93}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{(2)g} = \underline{\mathbf{U}}_{(2)d} \ \underline{\boldsymbol{9}}^* = \underline{\mathbf{U}}_{(2)d} \ \boldsymbol{9}e^{-jN\frac{\Pi}{6}}$$
(3.94)

$$\underline{U}_{(2)d} = \underline{U}_{(2)g} \frac{1}{\vartheta^*} = \underline{U}_{(2)g} \frac{1}{\vartheta} e^{jN\frac{\Pi}{6}}$$
(3.95)

Prądy transformują się następująco:

$$\underline{\mathfrak{G}} = \frac{\underline{I}_{(2)d}}{\underline{I}_{(2)g}} \tag{3.96}$$

$$\underline{I}_{(2)g} = \underline{I}_{(2)d} \ \frac{1}{\underline{9}} = \underline{I}_{(2)d} \ \frac{1}{\underline{9}} e^{-jN\frac{\Pi}{6}}$$
(3.97)

$$\underline{I}_{(2)d} = \underline{I}_{(2)g} \ \underline{\vartheta} = \underline{I}_{(2)g} \ \vartheta e^{jN\frac{\Pi}{6}}$$
(3.98)

Składowa zerowa nie jest transformowana przez transformatory o grupie połączeń Yd, Dy, Yz czy Zy, a jest transformowana przez transformatory o grupie połączeń YNyn. Dalszy ciąg postępowania dla transformatora o grupie połączeń YNyn jest identyczny jak dla składowej zgodnej.

Innym sposobem udowodnienia różnic w transformacji składowych symetrycznych może być narysowanie wykresu wskazowego prądów (lub napięć) po obu stronach transformatora np. o grupie połączeń Ynd11 pokazanego na rys. 3.6. Przy określaniu kierunków przepływu prądu założono, że kierunek prądu w uzwojeniu po jednej stronie jest identyczny jak po drugiej stronie – tak jak na rys. 3.6.



Rys. 3.6 Przepływ prądu przez transformator Ynd11.

Wykreślono wykres wskazowy prądów przy zasilaniu transformatora zgodnym układem prądów – rys. 3.7 oraz przy zasilaniu układem przeciwnym – rys. 3.8. Z wykresu na rys. 3.7 wynika, że transformator o połączeniach jak na rys. 3.6 jest rzeczywiście transformatorem o grupie połączeń Yd11 podczas zasilania go zgodnym układem prądów. Gdy zasilimy ten sam transformator układem przeciwnym, to z rys.3.8 wynika, że ma on przesunięcie godzinowe wynoszące 30° czyli jest transformatorem Yd1. Potwierdza to wzór (3.90).



Rys. 3.7 Wykres wskazowy prądów przy zasilaniu transformatora układem zgodnym.

Moc dla składowej zgodnej po obu stronach transformatora obliczono z zależności:

$$\underline{\mathbf{S}}_{(1)g} = \underline{\mathbf{U}}_{(1)g} \cdot \mathbf{I}_{(1)g}^* = \underline{\mathbf{U}}_{(1)d} \cdot \underline{\mathbf{9}} \cdot \mathbf{I}_{(1)d}^* \frac{1}{\left(\underline{\mathbf{9}}^*\right)^*} = \underline{\mathbf{U}}_{(1)d} \cdot \mathbf{I}_{(1)d}^* = \underline{\mathbf{S}}_{(1)d}$$
(3.99)

a dla składowej przeciwnej:

$$\mathbf{S}_{(2)g} = \mathbf{U}_{(2)g} \cdot \mathbf{I}_{(2)g}^{*} = \mathbf{U}_{(2)d} \cdot \underline{9}^{*} \cdot \mathbf{I}_{(2)d}^{*} \cdot \frac{1}{\underline{9}^{*}} = \mathbf{U}_{(2)d} \cdot \mathbf{I}_{(2)d}^{*} = \mathbf{S}_{(2)d}$$
(3.100)



Rys. 3.8 Wykres wskazowy prądów przy zasilaniu transformatora układem przeciwnym.

Stosunki impedancji po stronie pierwotnej i wtórnej transformatora są równe:

$$\frac{\underline{Z}_{(1)g}}{\underline{Z}_{(1)d}} = \frac{\underline{U}_{(1)g}}{\underline{I}_{(1)g}} \frac{\underline{I}_{(1)d}}{\underline{U}_{(1)d}} = \frac{\underline{U}_{(1)g}}{\underline{I}_{(1)g}} \frac{\underline{I}_{(1)g}}{\underline{I}_{(1)g}} \frac{\underline{P}_{(1)g}}{\underline{U}_{(1)g}} \frac{\underline{P}_{(1)g}}{\underline{P}_{(1)g}} = 9^2$$
(3.101)

$$\frac{\underline{Z}_{(2)g}}{\underline{Z}_{(2)d}} = \frac{\underline{U}_{(2)g}}{\underline{I}_{(2)g}} \frac{\underline{I}_{(2)d}}{\underline{U}_{(2)d}} = \frac{\underline{U}_{(2)g}}{\underline{I}_{(2)g}} \frac{\underline{I}_{(2)g}}{\underline{I}_{(2)g}} \frac{\underline{I}_{(2)g}}{\underline{\theta} e^{j\frac{N\Pi}{6}}} = \vartheta^2$$
(3.102)

3.5. Zwarcie jednofazowe

Na podstawie metody składowych symetrycznych oraz uwzględniając warunki graniczne dla prądów i napięć w miejscu zwarcia można wyznaczyć składową okresową prądu zwarciowego i napięcie w miejscu zwarcia w przypadku różnych rodzajów zwarć. Za fazę odniesienia (osobliwą) przyjmujemy we wszystkich rozważaniach fazę R. Rozpatrzono przypadek bezpośredniego zwarcia fazy R z ziemią. Punkt neutralny sieci jest uziemiony bezpośrednio. W miejscu zwarcia z ziemią fazy R przyjmuje ona potencjał ziemi. Zatem:

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \mathbf{0} \tag{3.103}$$

W fazach nie dotkniętych zwarciem

 $\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{T}} = \mathbf{0} \tag{3.104}$

Warunki graniczne napięcia i prądu określone równaniami (3.103) i (3.104) wyrazimy przez składowe symetryczne prądu i napięcia w miejscu zwarcia. Składowe symetryczne prądu w fazie R wyznaczono z równania (3.24) i z warunków granicznych dla prądów (3.104):

$$\underline{I}_{(0)} = \underline{I}_{(1)} = \underline{I}_{(2)} = \frac{1}{3} \underline{I}_{R}$$
(3.105)

Z warunku granicznego (3.103) składowe symetryczne napięcia w miejscu zwarcia w fazie R powiązane są równaniem:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(0)} + \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \mathbf{0} \tag{3.106}$$

Składowe symetryczne napięcia w miejscu zwarcia określone są równaniami (3.74)-(3.76):

$$\underline{\underline{U}}_{(0)} = -\underline{\underline{Z}}_{(0)} \underline{\underline{I}}_{(0)}$$

$$\underline{\underline{U}}_{(1)} = \underline{\underline{E}}_{(1)} - \underline{\underline{Z}}_{(1)} \underline{\underline{I}}_{(1)}$$

$$\underline{\underline{U}}_{(2)} = -\underline{\underline{Z}}_{(2)} \underline{\underline{I}}_{(2)}$$
(3.107)

Wstawiając składowe symetryczne (3.107 do wzoru (3.106) jest:

$$\underline{E}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)} \, \underline{I}_{(1)} - \underline{Z}_{(2)} \, \underline{I}_{(2)} - \underline{Z}_{(0)} \, \underline{I}_{(0)} = 0 \tag{3.108}$$

Uwzględniając równanie (3.105) otrzymano:

$$\underline{E}_{(1)} - \left(\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}\right) \underline{I}_{(1)} = 0$$
(3.109)

Składowe symetryczne prądu zwarciowego w fazie R wynoszą:

$$\underline{I}_{(1)} = \underline{I}_{(2)} = \underline{I}_{(0)} = \frac{\underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}}$$
(3.110)

Na podstawie równań (3.105) i (3.106) można zbudować schemat zastępczy obwodu zwarciowego w przypadku zwarcia jednofazowego bezpośredniego (rys. 3.9). Schemat ten składa się z połączonych szeregowo schematów dla składowej zgodnej, przeciwnej i zerowej. Prąd w miejscu zwarcia w fazie zwartej jest określony równaniem:



Rys. 3.9. Schemat zastępczy obwodu zwarciowego w przypadku zwarcia jednofazowego.

Moduł prądu zwarcia to prąd początkowy:

$$I_{P} = I_{R} = \frac{3 E_{(1)}}{\left| \underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} \right|}$$
(3.112)

K(0)

Składowe symetryczne napięcia w miejscu zwarcia są określone równaniami (3.74)-(3.76), a uwzględniając wzór (3.111) otrzymano:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(0)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(0)} \ \underline{\mathbf{I}}_{(0)} = -\frac{\underline{\mathbf{Z}}_{(0)} \ \underline{\mathbf{E}}_{(1)}}{\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(0)}}$$
(3.113)

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{E}}_{(1)} - \underline{\mathbf{Z}}_{(1)} \ \underline{\mathbf{I}}_{(1)} = \frac{\underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(0)}}{\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(0)}} \underline{\mathbf{E}}_{(1)}$$
(3.114)

$$\underline{U}_{(2)} = -\underline{Z}_{(2)} \ \underline{I}_{(2)} = -\frac{\underline{Z}_{(2)} \ \underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}}$$
(3.115)



Rys. 3.10 Wykres wektorowy prądów i napięć w miejscu zwarcia dla metalicznego zwarcia jednofazowego przy pominięciu rezystancji sieci.

Napięcie fazowe w miejscu zwarcia:

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} + \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = 0 \tag{3.116}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} + a^{2} \ \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + a \ \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \frac{\underline{\mathbf{E}}_{(1)}}{\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(0)}} \Big[\left(a^{2} - a \right) \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \left(a^{2} - 1 \right) \underline{\mathbf{Z}}_{(0)} \Big]$$
(3.117)

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} + \mathbf{a} \ \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \mathbf{a}^{2} \ \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \frac{\underline{\mathbf{E}}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}} \Big[-\left(\mathbf{a}^{2} - \mathbf{a}\right) \underline{Z}_{(2)} + \left(\mathbf{a} - 1\right) \underline{Z}_{(0)} \Big]$$
(3.118)

Wykresy wektorowe prądów i napięć przedstawione na rys. 3.10 wykreślono zakładając, że $\underline{Z}_{(1)} = jX_{(1)} = \underline{Z}_{(2)} = jX_{(2)}, \quad \underline{Z}_{(0)} = jX_{(0)} > jX_{(1)}.$ W przypadku gdy:

$$\underline{Z}_{(1)} = \underline{Z}_{(2)} \tag{3.119}$$

można wyprowadzić, że:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} - \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \underline{\mathbf{E}}_{(1)} \tag{3.120}$$

Wtedy można przedstawić napięcia fazowe jako:

$$\underline{U}_{S} = \underline{U}_{(0)} + a^{2} \underline{U}_{(1)} + a \underline{U}_{(2)} = \underline{U}_{(0)} + a^{2} \underline{E}_{(1)} + a^{2} \underline{U}_{(2)} + a \underline{U}_{(2)} = \underline{E}_{S} + \underline{U}_{(0)} - \underline{U}_{(2)}$$
(3.121)

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} + \mathbf{a} \, \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \mathbf{a}^2 \, \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} + \mathbf{a} \, \underline{\mathbf{E}}_{(1)} + \mathbf{a} \, \underline{\mathbf{U}}_{(2)} + \mathbf{a}^2 \, \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{T}} + \underline{\mathbf{U}}_{(0)} - \underline{\mathbf{U}}_{(2)}$$
(3.122)

Z powyższego wykresu wskazowego oraz wzorów (3.121) i (3.122) wynika, że w przypadku gdy $\underline{Z}_{(1)} = \underline{Z}_{(2)}$ miejscem geometrycznym końców wektorów napięć faz zdrowych są proste:

- równoległe do wektora siły elektromotorycznej fazy zwartej,
- przechodzące przez końce wektorów sił elektromotorycznych faz nie zwartych.

Długość wektorów napięć faz zdrowych zależy od wzajemnego stosunku napięcia dla składowej zerowej do składowej przeciwnej. W przypadku gdy:

- napięcie dla składowej zerowej jest większe od napięcia składowej przeciwnej to napięcia faz zdrowych są większe od sił elektromotorycznych tej samej fazy,
- napięcie dla składowej zerowej jest mniejsze od napięcia składowej przeciwnej to napięcia faz zdrowych są mniejsze od sił elektromotorycznych tej samej fazy.

Fizyczną przyczyną tego zjawiska jest indukowanie się w fazach zdrowych strat napięć wywołanych przez prąd fazy zwartej i indukcyjność wzajemną tych dwóch faz. Ta strata napięcia jest opóźniona o 90° w stosunku do prądu zwarciowego.

Na rys. 3. 11 ukazano wykres wektorowy prądów i napięć w miejscu zwarcia dla zwarcia jednofazowego metalicznego z uwzględnieniem rezystancji sieci. Uwzględnienie rezystancji sieci powoduje, że prąd zwarciowy maleje i zawiera także składową czynną, napięcie jednej zdrowej maleje a drugiej rośnie w stosunku do sytuacji z rys. 3.10.

W przypadku zwarcia jednofazowego za pośrednictwem impedancji \underline{Z}_{Z} , która może być np. rezystancją łuku lub rezystancją uziemienia słupa, warunki graniczne w miejscu zwarcia są następujące:

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}} \, \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{R}} \tag{3.123}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{S}} = \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{T}} = \mathbf{0} \tag{3.124}$$

Składowe symetryczne prądu i napięcie w miejscu zwarcia wynoszą:

$$\underline{I}_{(0)} = \underline{I}_{(1)} = \underline{I}_{(2)} = \frac{1}{3} \underline{I}_{R}$$
(3.125)

$$\underline{\mathbf{U}}_{(0)} + \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = 3 \, \underline{\mathbf{Z}}_{Z} \, \underline{\mathbf{I}}_{(1)} \tag{3.126}$$



Rys. 3.11 Wykres wektorowy prądów i napięć w miejscu zwarcia dla metalicznego zwarcia jednofazowego z uwzględnieniem rezystancji sieci.

Otrzymane warunki brzegowe wskazują, że schemat z rys. 3.9 trzeba teraz uzupełnić o impedancję $3 Z_Z$ w gałęzi łączącej schematy składowych symetrycznych na zewnątrz każdej z nich. Dodając do powyższych równań brzegowych równania dla składowych symetrycznych:

$$\underline{U}_{(0)} = -\underline{Z}_{(0)} \underline{I}_{(0)}
\underline{U}_{(1)} = \underline{E}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{(1)}
\underline{U}_{(2)} = -\underline{Z}_{(2)} \underline{I}_{(2)}$$
(3.127)

Wykorzystując powyższe zależności otrzymano:

$$\underline{E}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)} \, \underline{I}_{(1)} - \underline{Z}_{(2)} \, \underline{I}_{(2)} - \underline{Z}_{(0)} \, \underline{I}_{(0)} - 3 \, \underline{Z}_Z \, \underline{I}_{(1)} = 0 \tag{3.128}$$

$$\underline{\mathbf{E}}_{(1)} - \left(\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(0)} + 3 \,\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}}\right) \underline{\mathbf{I}}_{(1)} = 0 \tag{3.129}$$

stąd:

$$\underline{I}_{(1)} = \underline{I}_{(2)} = \underline{I}_{(0)} = \frac{\underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} + 3\,\underline{Z}_{Z}}$$
(3.130)

Prąd w fazie zwartej:

$$\underline{I}_{R} = \underline{I}_{(1)} + \underline{I}_{(2)} + \underline{I}_{(0)} = \frac{3 \underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} + 3 \underline{Z}_{Z}}$$
(3.131)

Składowe symetryczne napięcia wynoszą:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(0)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(0)} \, \underline{\mathbf{I}}_{(0)} = -\frac{\underline{\mathbf{Z}}_{(0)} \, \underline{\mathbf{E}}_{(1)}}{\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(0)} + 3 \, \underline{\mathbf{Z}}_{Z}} \tag{3.132}$$

$$\underline{U}_{(1)} = \underline{E}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{(1)} = \frac{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} + 3 \underline{Z}_Z}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} + 3 \underline{Z}_Z} \underline{E}_{(1)}$$
(3.133)

$$\underline{U}_{(2)} = -\underline{Z}_{(2)} \underline{I}_{(2)} = -\frac{\underline{Z}_{(2)} \underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} + 3 \underline{Z}_{Z}}$$
(3.134)



Rys. 3.12 Wykres wektorowy prądów i napięć w miejscu zwarcia dla niemetalicznego zwarcia jednofazowego przy pominięciu rezystancji sieci.

Napięcie fazowe w miejscu zwarcia:

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} + \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \frac{3 \,\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}}}{\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(0)} + 3 \,\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}}} \underline{\mathbf{E}}_{(1)}$$
(3.135)

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} + \mathbf{a}^{2} \ \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \mathbf{a} \ \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \\
= \frac{\underline{\mathbf{E}}_{(1)}}{\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(0)} + 3 \ \underline{\mathbf{Z}}_{Z}} \left[\left(\mathbf{a}^{2} - \mathbf{a} \right) \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \left(\mathbf{a}^{2} - 1 \right) \underline{\mathbf{Z}}_{(0)} + 3 \ \mathbf{a}^{2} \ \underline{\mathbf{Z}}_{Z} \right]$$
(3.136)

$$\underline{\underline{U}}_{T} = \underline{\underline{U}}_{(0)} + a \, \underline{\underline{U}}_{(1)} + a^{2} \, \underline{\underline{U}}_{(2)} = \\ = \frac{\underline{\underline{E}}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} + 3 \, \underline{Z}_{Z}} \Big[-(a^{2} - a) \underline{Z}_{(2)} + (a - 1) \underline{Z}_{(0)} + 3 \, a \, \underline{Z}_{Z} \Big]$$
(3.137)

Napięcie na impedancji uziemienia punktu zerowego:

$$\Delta \underline{\underline{U}}_{u} = 3 \underline{\underline{Z}}_{u} \underline{\underline{I}}_{(0)} = \frac{3 \underline{\underline{Z}}_{u}}{\underline{\underline{Z}}_{(1)} + \underline{\underline{Z}}_{(2)} + \underline{\underline{Z}}_{(0)} + \underline{\underline{Z}}_{Z}} \underline{\underline{E}}_{(1)}$$
(3.138)

Otrzymane zależności można zobrazować za pomocą wykresu wektorowego prądów i napięć w miejscu zwarcia – rys. 3.12.

Zwarcie jednofazowe może wystąpić także w fazie S lub T. W takim przypadku są dwa rozwiązania:

- obliczenia przeprowadzić dla fazy R a następnie wyniki przetransformować do fazy zwartej,
- wyprowadzić zależności dla zwarcie jednofazowego w fazie S lub T lecz w takim przypadku otrzymamy, że schematy zastępcze składowych symetrycznych będą połączone z sobą nie bezpośrednio lecz z udziałem transformatorów o przekładniach a, a² co znacznie utrudnia obliczenia.

3.6. Zwarcie dwufazowe

Rozpatrzono przypadek bezpośredniego zwarcia faz S i T tak aby znów faza R była fazą osobliwą. W miejscu zwarcia napięcia faz S i T są jednakowe

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} \tag{3.139}$$

a prąd w fazie zdrowej równy zeru:

$$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{R}} = \mathbf{0} \tag{3.140}$$

W miejscu zwarcia w fazach S i T płynie prąd

$$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{S}} = -\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{T}} \tag{3.141}$$

Warunki graniczne określone powyższymi wzorami wyraźmy przez składowe symetryczne prądu i napięcia w miejscu zwarcia. Składowe symetryczne prądu na podstawie warunków granicznych wynoszą:

$$\underline{I}_{(1)} = \frac{1}{3} \left(a - a^2 \right) \underline{I}_S = j \frac{\sqrt{3}}{3} \underline{I}_S$$
(3.142)

$$\underline{I}_{(2)} = -\frac{1}{3} \left(a - a^2 \right) \underline{I}_{S} = -j \frac{\sqrt{3}}{3} \underline{I}_{S}$$
(3.143)

$$\underline{\mathbf{I}}_{(0)} = \frac{1}{3} (1-1) \, \underline{\mathbf{I}}_{S} = 0 \tag{3.144}$$

Z równania tego wynika, że:

$$\underline{\mathbf{I}}_{(1)} = -\underline{\mathbf{I}}_{(2)} \tag{3.145}$$

$$\underline{I}_{(0)} = 0$$
 (3.146)

Składowe symetryczne napięć wynoszą:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(0)} = \frac{1}{3} \left(\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}} + \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} + \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} \right) = \frac{1}{3} \left(\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}} + 2\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} \right)$$
(3.147)

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \frac{1}{3} \left(\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}} + \mathbf{a} \, \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} + \mathbf{a}^2 \, \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} \right) = \frac{1}{3} \left(\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}} - \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} \right)$$
(3.148)

$$\underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \frac{1}{3} \left(\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}} + \mathbf{a}^2 \, \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} + \mathbf{a} \, \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} \right) = \frac{1}{3} \left(\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}} - \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} \right) \tag{3.149}$$

Z równań tych wynika, że:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{U}}_{(2)} \tag{3.150}$$

Dla powyższych warunków narysowano schematy zastępcze dla składowych symetrycznych – rys. 3.13.

Do wzoru na składowe symetryczne napięć podstawiamy równanie obwodowe:

$$\underline{U}_{(0)} = -\underline{Z}_{(0)} \ \underline{I}_{(0)} = 0$$

$$\underline{U}_{(1)} = \underline{E}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)} \ \underline{I}_{(1)}$$

$$\underline{U}_{(2)} = -\underline{Z}_{(2)} \ \underline{I}_{(2)} = \underline{Z}_{(2)} \ \underline{I}_{(1)}$$
(3.151)

a po uwzględnieniu napięciowych warunków brzegowych jest:

$$\underline{\underline{E}}_{(1)} - \underline{\underline{Z}}_{(1)} \, \underline{\underline{I}}_{(1)} = \underline{\underline{Z}}_{(2)} \, \underline{\underline{I}}_{(1)} \tag{3.152}$$

stąd:

$$\underline{I}_{(1)} = -\underline{I}_{(2)} = \frac{\underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)}}$$
(3.153)



Rys. 3.13 Schemat zastępczy obwodu zwarciowego w przypadku zwarcia dwufazowego. Prądy w fazach S i T wynoszą:

$$\underline{I}_{S} = -\underline{I}_{T} = -j\sqrt{3} \frac{\underline{E}(1)}{\underline{Z}(1) + \underline{Z}(2)}$$
(3.154)

Moduły prądów fazowych

$$I_{S} = I_{T} = I_{P} = \sqrt{3} \frac{E_{(1)}}{\left| \underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} \right|}$$
(3.155)

Po uwzględnieniu równań (2.74)-(2.76) i (2.153) składowe symetryczne napięć wyrażono wzorem:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \underline{\mathbf{E}}_{(1)} - \underline{\mathbf{Z}}_{(1)} \underline{\mathbf{I}}_{(1)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(2)} \underline{\mathbf{I}}_{(2)} = \frac{\underline{\mathbf{Z}}_{(2)}}{\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)}} \underline{\mathbf{E}}_{(1)}$$
(3.156)

Zakładając $\underline{Z}_{(1)} = jX_{(1)} = \underline{Z}_{(2)} = jX_{(2)}$ na rys. 3.14 przedstawiono wykres wektorowy prądów i napięć podczas zwarcia dwufazowego. Napięcia fazowe w miejscu zwarcia wynoszą:

$$\underline{U}_{R} = \underline{U}_{(0)} + \underline{U}_{(1)} + \underline{U}_{(2)} = 2 \,\underline{U}_{(1)} = \frac{2 \,\underline{Z}_{(2)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)}} \underline{E}_{(1)}$$
(3.157)

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} + a^{2} \ \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + a \ \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = -\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = -\frac{\underline{Z}_{(2)} \ \underline{\mathbf{E}}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)}}$$
(3.158)

Wymuszeniem dla prądów podczas zwarcia dwufazowego jest międzyprzewodowa siła elektromotoryczna faz S i T - \underline{E}_{ST} . Pomijając rezystancję sieci z równania (3.154) można stwierdzić, że prąd w fazie S jest przeciwfazie do siły elektromotorycznej fazy R a więc jest opóźniony o 90° w stosunku do wymuszenia. Napięcia fazy zdrowej i faz zwartych zależą od stosunku impedancji dla składowej zgodnej i przeciwnej – równania (3.157) oraz (3.158). W większości przypadków zwarcia dwufazowego, poza zwarciem na zaciskach generatora, impedancje dla składowej zgodnej i przeciwnej są sobie równe. Oznacza to, że napięcie fazy zdrowej jest równe sile elektromotorycznej fazy zdrowej. Napięcia faz zwartych są zaś równe połowie siły elektromotorycznej fazy zdrowej i skierowane przeciwnie, czyli ich miejscem geometrycznym jest międzyprzewodowa siła elektromotoryczna \underline{E}_{ST} . Powyższe stwierdzenia są uwidocznione również na rys. 3.14.



Rys. 3.14 Wykresy wektorowe prądów i napięć w miejscu zwarcia dla metalicznego zwarcia dwufazowego przy pominięciu rezystancji sieci.

W przypadku zwarcia dwufazowego za pośrednictwem impedancji \underline{Z}_{Z} warunki graniczne są następujące:

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{S}} - \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}} = \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}} \, \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{S}} \tag{3.159}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{R}} = \mathbf{0} \tag{3.160}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{S}} = -\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{T}} \tag{3.161}$$

Zależność między składowymi symetrycznymi fazy R wyrażają się w ten sam sposób jak w przypadku zwarcia bezpośredniego tzn. równaniem:

$$\underline{\mathbf{I}}_{(1)} = -\underline{\mathbf{I}}_{(2)} \tag{3.162}$$

$$\underline{I}_{(0)} = 0$$
 (3.163)

Z warunku granicznego dla napięć otrzymano:

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} - \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} = \mathbf{a}^{2} \ \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \mathbf{a} \ \underline{\mathbf{U}}_{(2)} - \left(\mathbf{a} \ \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \mathbf{a}^{2} \ \underline{\mathbf{U}}_{(2)}\right) = \left(\mathbf{a}^{2} - \mathbf{a}\right) \underline{\mathbf{U}}_{(1)} - \left(\mathbf{a}^{2} - \mathbf{a}\right) \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = = -\mathbf{j} \ \sqrt{3} \ \left(\underline{\mathbf{U}}_{(1)} - \underline{\mathbf{U}}_{(2)}\right) = \underline{\mathbf{Z}}_{Z} \ \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{S}} = -\mathbf{j} \ \sqrt{3} \ \underline{\mathbf{Z}}_{Z} \ \underline{\mathbf{I}}_{(1)}$$
(3.164)

Z równania (3.164) wynika warunek brzegowy zwarcia dla napięć w układzie składowych symetrycznych, a mianowicie:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} - \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}} \ \underline{\mathbf{I}}_{(1)} \tag{3.165}$$

Z powyższego równania wynika, że schemat z rys. 3.13 trzeba teraz uzupełnić o impedancję \underline{Z}_Z w gałęzi łączącej schematy składowych symetrycznych na zewnątrz każdej z nich. Do warunków brzegowych dopisujemy równania obwodowe otrzymując komplet równań:

$$\underline{U}_{(0)} = -\underline{Z}_{(0)} \ \underline{I}_{(0)} = 0$$

$$\underline{U}_{(1)} = \underline{E}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)} \ \underline{I}_{(1)}$$

$$\underline{U}_{(2)} = -\underline{Z}_{(2)} \ \underline{I}_{(2)} = \underline{Z}_{(2)} \ \underline{I}_{(1)}$$
(3.166)

Uwzględniając równania (3.165) oraz (3.166) wyprowadzono:

$$\underline{E}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)} \, \underline{I}_{(1)} - \underline{Z}_{(2)} \, \underline{I}_{(1)} = \underline{Z}_Z \, \underline{I}_{(1)} \tag{3.167}$$

stąd:

$$\underline{I}_{(1)} = -\underline{I}_{(2)} = \frac{\underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{Z}}$$
(3.168)

Prąd w fazach S i T:

$$\underline{I}_{S} = -\underline{I}_{T} = -j\sqrt{3} \frac{\underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{Z}}$$
(3.169)

$$I_{S} = I_{T} = I_{P} = \sqrt{3} \frac{E_{(1)}}{\left| \underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{Z} \right|}$$
(3.170)

Składowe symetryczne napięcia są postaci:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \frac{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{Z}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{Z}} \underline{\mathbf{E}}_{(1)}$$
(3.171)

$$\underline{U}_{(2)} = \frac{\underline{Z}_{(2)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{Z}} \underline{E}_{(1)}$$
(3.172)

i napięcie fazowe w miejscu zwarcia

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \frac{2\underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}}}{\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}}} \underline{\mathbf{E}}_{(1)}$$
(3.173)

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} = \frac{\mathbf{a}^2 \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{Z}} - \underline{\mathbf{Z}}_{(2)}}{\underline{\mathbf{Z}}_{(1)} + \underline{\mathbf{Z}}_{(2)} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{Z}}} \underline{\mathbf{E}}_{(1)}$$
(3.174)

$$\underline{U}_{T} = \frac{a\underline{Z}_{Z} - \underline{Z}_{(2)}}{\underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{Z}} \underline{E}_{(1)}$$
(3.175)

3.7. Zwarcie dwufazowe doziemne

Rozpatrzono przypadek bezpośredniego zwarcia faz S i T z ziemią przy założeniu, że punkt neutralny układu jest uziemiony bezpośrednio. Warunki graniczne są następujące:

 $\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}} = \mathbf{0} \tag{3.176}$

$$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{R}} = \mathbf{0} \tag{3.177}$$

Z równania (3.24)wynika, że:

$$\underline{I}_{(1)} + \underline{I}_{(2)} + \underline{I}_{(0)} = 0 \tag{3.178}$$

z równania (3.24) i (3.176):

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \underline{\mathbf{U}}_0 = \frac{1}{3} \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{R}}$$
(3.179)

Uwzględniając w powyższym równaniu wzory:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(0)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(0)} \, \underline{\mathbf{I}}_{(0)}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{E}}_{(1)} - \underline{\mathbf{Z}}_{(1)} \, \underline{\mathbf{I}}_{(1)}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{(2)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(2)} \, \underline{\mathbf{I}}_{(2)}$$
(3.180)

otrzymano:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{E}}_{(1)} - \underline{\mathbf{Z}}_{(1)} \, \underline{\mathbf{I}}_{(1)} = -\underline{\mathbf{Z}}_{(2)} \, \underline{\mathbf{I}}_{(2)} \tag{3.181}$$

$$\underline{U}_{(1)} = \underline{E}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)} \, \underline{I}_{(1)} = -\underline{Z}_{(0)} \, \underline{I}_{(0)} \tag{3.182}$$

Rozwiązując powyższy układ równań, składowe symetryczne prądu w miejscu zwarcia wynoszą:

$$\underline{I}_{(1)} = \frac{\underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \frac{\underline{Z}_{(2)} \ \underline{Z}_{(0)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}}}$$
(3.183)

$$\underline{I}_{(2)} = -\frac{\underline{Z}_{(0)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}} \underline{I}_{(1)}$$
(3.184)

$$\underline{\mathbf{I}}_{(0)} = -\frac{\underline{Z}_{(2)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}} \underline{\mathbf{I}}_{(1)}$$
(3.185)

Na podstawie równań zbudowano schemat zastępczy obwodu zwarciowego przedstawiony na poniższym rysunku - rys. 3.15.

Prądy fazowe dla tego zwarcia wynoszą:

$$\underline{I}_{S} = \underline{I}_{(0)} + a^{2} \underline{I}_{(1)} + a \underline{I}_{(2)} = \left(a^{2} - a \frac{\underline{Z}_{(0)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}} - \frac{\underline{Z}_{(2)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}}\right) \underline{I}_{(1)}$$
(3.186)

a zakładając, że

$$\underline{Z}_{(1)} = jX_{(1)}
\underline{Z}_{(2)} = jX_{(2)}
\underline{Z}_{(0)} = jX_{(0)}$$
(3.187)

otrzymano:

$$\underline{I}_{S} = -\frac{\underline{I}_{(1)}}{2(X_{(2)} + X_{(0)})} \Big[3X_{(2)} + j\sqrt{3}(X_{(2)} + 2X_{(0)}) \Big]$$
(3.188)

$$\underline{I}_{T} = -\frac{\underline{I}_{(1)}}{2(X_{(2)} + X_{(0)})} \Big[3X_{(2)} - j\sqrt{3}(X_{(2)} + 2X_{(0)}) \Big]$$
(3.189)



Rys. 3.15 Schemat zastępczy obwodu zwarciowego w przypadku zwarcia dwufazowego doziemnego.

Moduł prądu fazowego:

$$I_{S} = I_{T} = I_{P} = \frac{I_{(1)}}{2(X_{(2)} + X_{(0)})} \sqrt{9 X_{(2)}^{2} + 3(X_{(2)} + 2 X_{(0)})^{2}} =$$

$$= \frac{I_{(1)}}{2(X_{(2)} + X_{(0)})} \sqrt{12 X_{(2)}^{2} + 12 X_{(0)}^{2} + 12 X_{(2)} X_{(0)}} =$$

$$= \frac{I_{(1)} 2 \sqrt{3}}{2(X_{(2)} + X_{(0)})} \sqrt{(X_{(2)} + X_{(0)})^{2} - X_{(2)} X_{(9)}} =$$

$$= I_{(1)} \sqrt{3} \sqrt{1 - \frac{X_{(2)} X_{(0)}}{(X_{(2)} + X_{(0)})^{2}}}$$
(3.190)

Składowe symetryczne napięcia wynoszą:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} = \frac{\frac{\underline{Z}_{(2)} \ \underline{Z}_{(0)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}}}{\underline{Z}_{(1)} + \frac{\underline{Z}_{(2)} \ \underline{Z}_{(0)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}}} \underline{\mathbf{E}}_{(1)}$$
(3.191)

i napięcia fazowe

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = 3 \, \underline{\mathbf{U}}_{(1)} \tag{3.192}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} = \mathbf{0} \tag{3.193}$$

Zakładając, że $\underline{Z}_{(1)} = jX_{(1)}, \ \underline{Z}_{(2)} = jX_{(2)}, \ \underline{Z}_{(0)} = jX_{(0)} \text{ czyli } R_{(1)} = R_{(2)} = R_{(0)} = 0$ na rysunku przedstawiono wykresy wektorowe prądów i napięć (rys. 3.16).



Rys. 3.16 Wykresy wektorowe prądów i napięć w miejscu zwarcia w przypadku zwarcia dwufazowego doziemnego metalicznego przy pominięciu rezystancji sieci.

W przypadku zwarcia dwufazowego doziemnego za pośrednictwem impedancji \underline{Z}_z warunki graniczne są postaci:

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{S}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathrm{T}} = \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{Z}} \ \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{Z}} = \underline{\mathbf{Z}}_{\mathrm{Z}} \left(\underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{S}} + \underline{\mathbf{I}}_{\mathrm{T}} \right)$$
(3.194)

$$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{R}} = \mathbf{0} \tag{3.195}$$

Z warunku granicznego dla napięć wynika, że:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} - \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}} \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{Z}} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} - 3\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{Z}} \underline{\mathbf{I}}_{(0)}$$
(3.196)

a dla prądu:

$$\underline{I}_{(1)} + \underline{I}_{(2)} + \underline{I}_{(0)} = 0 \tag{3.197}$$

Na podstawie powyższych dwóch równań narysowano schemat zastępczy obwodu zwarciowego w przypadku zwarcia dwufazowego z ziemią za pośrednictwem impedancji Z_Z - rys. 3.17.



Rys. 3.17 Schemat zastępczy obwodu zwarciowego w przypadku zwarcia dwufazowego doziemnego za pośrednictwem impedancji Zz.

Na podstawie równania (3.74)-(3.76) i (3.196) wyprowadzono:

$$E_{(1)} - \underline{Z}_{(1)}\underline{I}_{(1)} = -\underline{Z}_{(2)}\underline{I}_{(2)}$$
(3.198)

oraz:

$$\underline{E}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)}\underline{I}_{(1)} = -\underline{Z}_{(0)}\underline{I}_{(0)} - 3\underline{Z}_{Z}I_{(0)}$$
(3.199)

Rozwiązując układ równań (3.198), (3.199), (3.197) otrzymano:

$$\underline{I}_{(1)} = \frac{\underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)} + \frac{\underline{Z}_{(2)}(\underline{Z}_{(0)} + 3\underline{Z}_{Z})}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} + 3\underline{Z}_{Z}}}$$
(3.200)

$$\underline{I}_{(2)} = -\frac{\underline{Z}_{(0)} + 3\underline{Z}_{Z}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} + 3\underline{Z}_{Z}} \underline{I}_{(1)}$$
(3.201)

$$\underline{I}_{(0)} = -\frac{\underline{Z}_{(2)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} + 3\underline{Z}_{Z}} \underline{I}_{(1)}$$
(3.202)

3.8. Zwarcie trójfazowe doziemne, zwarcie trójfazowe

Zwarcie trójfazowe doziemne i trójfazowe rozważono jednocześnie albowiem mają takie same warunki brzegowe. Rozpatrzono zwarcie bezpośrednie. Warunki graniczne są postaci:

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}} = \mathbf{0} \tag{3.203}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{R}} + \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{S}} + \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{T}} = \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{z}} \tag{3.204}$$

Z warunku granicznego mamy:

$$\underline{\mathbf{U}}_{(1)} = \underline{\mathbf{U}}_{(2)} = \underline{\mathbf{U}}_{(0)} = \mathbf{0} \tag{3.205}$$

czyli:

$$\underline{I}_{(2)} = \underline{I}_{(0)} = 0 \tag{3.206}$$

$$\underline{I}_{(1)} = \underline{I}_{R} = \frac{\underline{E}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)}}$$
(3.207)

$$I_{P} = I_{R} = \frac{E_{(1)}}{\left| \underline{Z}_{(1)} \right|}$$
(3.208)

3.9. Porównanie prądu początkowego dla różnych rodzajów zwarcia

Składowa zgodna prądu początkowego dla różnych zwarć bezpośrednich wyraża się wzorem:

a) zwarcie trójfazowe:

$$I_{(1)} = \frac{E_{(1)}}{\left| \underline{Z}_{(1)} \right|}$$
(3.209)

b) zwarcie dwufazowe:

$$I_{(1)} = \frac{E_{(1)}}{\left| \underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} \right|}$$
(3.210)

c) zwarcie jednofazowe:

$$I_{(1)} = \frac{E_{(1)}}{\left| \underline{Z}_{(1)} + \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} \right|}$$
(3.211)

d) zwarcie dwufazowe doziemne

$$I_{(1)} = \frac{E_{(1)}}{\left| \underline{Z}_{(1)} + \frac{\underline{Z}_{(2)} \, \underline{Z}_{(0)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}} \right|}$$
(3.212)

Na podstawie tych wzorów napisano wzór ogólny:

$$\mathbf{I}_{(1)} = \frac{\mathbf{E}_{(1)}}{\left| \underline{Z}_{(1)} + \Delta \underline{Z} \right|} \tag{3.213}$$

Gdzie $\Delta \underline{Z}$ wynosi: a) tróifazowe

a)	trójfazowe	$\Delta \underline{Z} = 0$
b)	dwufazowe	$\Delta \underline{Z} = \underline{Z}_{(2)}$
c)	jednofazowe	$\Delta \underline{Z} = \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}$
d)	dwufazowe z ziemią	$\Delta \underline{Z} = \frac{\underline{Z}_{(2)} \ \underline{Z}_{(0)}}{\underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}}$

Prąd początkowy w funkcji składowej zgodnej prądu początkowego wyraża się wzorem:

a)	zwarcie trójfazowe	$\mathbf{I}_{\mathbf{P}} = \mathbf{I}_{(1)}$
b)	zwarcie dwufazowe	$I_{\rm P} = \sqrt{3} I_{(1)}$
c)	zwarcie jednofazowe	$I_{P} = 3 I_{(1)}$
d)	zwarcie dwufazowe doziemne	$I_{\rm P} = \sqrt{3} \sqrt{1 - \frac{X_{(2)} X_{(0)}}{(X_{(2)} + X_{(0)})^2}} I_{(1)}$
C .	1 . 1 1	

Stąd można było napisać wzór:

$$I_{\rm P} = m I_{(1)}$$
 (3.214)

gdzie m wynosi dla:

a)	zwarcia trójfazowego	m=1
b)	zwarcie dwufazowego	$m=\sqrt{3}$

c) zwarcie jednofazowego

m=3

d) zwarcie dwufazowego doziemnego m

$m = \sqrt{3} \sqrt{1 - \frac{X_{(2)}X_{(0)}}{\left(X_{(2)} + X_{(0)}\right)^2}}$

3.10. Wpływ stosunku $\frac{X_{(0)}}{X_{(1)}}$ na wartość prądu początkowego i napięcia

Założono, że $R_{(1)} = R_{(2)} = R_{(0)} = 0$ oraz, że $X_{(1)} = X_{(2)}$. Dla zwarć metalicznych wyprowadzono wzory na współczynniki:

$$k_1 = \frac{I_P^{1f}}{I_P^{3f}}$$
(3.215)

$$k_2 = \frac{I_P^{2f}}{I_P^{3f}}$$
(3.216)

$$k_{2z} = \frac{I_P^{2fz}}{I_P^{3f}}$$
(3.217)

W prowadzono współczynnik $\alpha = \frac{X_{(0)}}{X_{(1)}}$.

Pamiętając, że przy powyższych założeniach mamy:

$$I_{\rm P}^{\rm 1f} = \frac{3 \, {\rm E}_{(1)}}{2 \, {\rm X}_{(1)} + {\rm X}_{(0)}} \tag{3.218}$$

$$I_{\rm P}^{\rm 3f} = \frac{E_{\rm (l)}}{X_{\rm (l)}} \tag{3.219}$$

$$I_{\rm P}^{2f} = \frac{\sqrt{3} E_{(1)}}{2 X_{(1)}}$$
(3.220)

$$I_{P}^{2 fz} = \sqrt{1 - \frac{X_{(2)}X_{(0)}}{\left(X_{(2)} + X_{(0)}\right)^{2}}} \frac{\sqrt{3} E_{(1)}}{X_{(1)} + \frac{X_{(2)}X_{(0)}}{X_{(2)} + X_{(0)}}}$$
(3.221)

Otrzymano:

$$k_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
 (3.222)

$$k_1 = \frac{3}{2 + \alpha} \tag{3.223}$$

$$k_{2z} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{1+\alpha+\alpha^2}}{1+2\alpha}$$
(3.224)

Wyprowadzono zależność napięcia faz zdrowych od współczynnika α . Dla zwarcia jednofazowego, dwufazowego i dwufazowego doziemnego jest:

$$U_{\rm S}^{\rm 1f} = U_{\rm T}^{\rm 1f} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{1+\alpha+\alpha^2}}{2+\alpha} E_{\rm (1)}$$
(3.225)

$$U_{R}^{2f} = E_{(1)}$$
(3.226)

$$U_{R}^{2 \text{ fz}} = \frac{3 \alpha}{1 + 2 \alpha} E_{(1)}$$
(3.227)

Porównując wzory (3.223)-(3.227) wyciągnięto wnioski zebrane w postaci tabl. 3.1. Analizy te zazwyczaj ujmuje się dodatkowo za pomocą przebiegu izolinii modułu napięcia faz zdrowych przy zwarciu jednofazowym lub dwufazowym doziemnym – rys. 3.18 lub wykresu określającego na płaszczyźnie $\frac{X_{(1)}}{X_{(0)}}$, $\frac{X_{(2)}}{X_{(1)}}$ rodzaj zwarcia bezoporowego, przy którym występują największe prądy zwarciowe – rys. 3.19.

Tabl. 3.1 Wpływ stosunku $X_{(1)}$ ma wartość prądu początkowego i napięcia

α	$X_{(0)}$	Prąd zwarcia	Prąd zwarcia	Prąd zwarcia	Napięcie faz	Napięcie fazy
	$\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{x}}$	jednofazoweg	dwufazowego	jednofazoweg	zdrowych	zdrowej
	1 (1)	o do prądu	doziemnego	o do prądu	podczas	podczas
		zwarcia	do prądu	zwarcia	zwarcia	zwarcia
		trójfazowego	zwarcia	dwufazowego	jednofazoweg	dwufazowego
			trójfazowego	doziemnego	0	doziemnego
α>1	$X_{(0)} > X_{(1)}$	$I_P^{\rm 1f} < I_P^{\rm 3f}$	$I_p^{2fz} < I_p^{3f}$	$I_p^{2fz} > I_p^{1f}$	$U_{S}^{1f} > E_{\left(l\right)}$	$U_R^{2fz} > E_{\left(l\right)}$
α=1	$\mathbf{X}_{(0)} = \mathbf{X}_{(1)}$	$I_P^{1f} = I_P^{3f}$	$I_P^{2fz} = I_P^{3f}$	$I_P^{2fz} = I_P^{1f}$	$U_{S}^{1f}=E_{\left(l\right) }$	$U_R^{2fz} = E_{\left(1\right)}$
α<1	$X_{(0)} < X_{(1)}$	$I_P^{1f} > I_P^{3f}$	$I_P^{2fz} > I_P^{3f}$	$I_P^{2fz} < I_P^{1f}$	$U_{S}^{1f} < E_{(1)}$	$U_R^{2fz} < E_{\left(l \right)}$

A. Kanicki: Zwarcia w sieciach elektroenergetycznych



Rys. 3.18Izolinie modułu napięcia faz zdrowych, tj. większego z napięć fazowych przy zwarciu jednofazowym lub dwufazowym doziemnym, wyrażone w krotnościach napięcia znamionowego fazowego. Poszczególne linie są dla: 6 – krotności 1.73; 5 – krotności 1.56; 4 – krotności 1.47; 3 – krotności 1.39; 2 – krotności 1.30; 1 – krotności 1.21.

Przy pominięciu rezystancji z powyższych wzorów i tabl. 3.1 wynikają następujące wnioski:

- W przypadku gdy $X_{(0)} > X_{(1)}$ największym prądem zwarciowym jest prąd zwarcia trójfazowego.
- W przypadku gdy $X_{(0)} < X_{(1)}$ największym prądem zwarciowym jest prąd zwarcia jednofazowego.
- W przypadku gdy $X_{(0)} > X_{(1)}$ napięcia faz zdrowych podczas zwarcia jednofazowego i dwufazowego doziemnego są większe od siły elektromotorycznej.
- W przypadku gdy $X_{(0)} > X_{(1)}$ oraz $\frac{X_{(0)}}{X_{(1)}} < 3$ największym napięciem faz zdrowych podczas

zwarcia jest napięcie fazy zdrowej zwarcia dwufazowego doziemnego.

• W przypadku gdy $X_{(0)} < X_{(1)}$ napięcia faz zdrowych podczas zwarcia jednofazowego i dwufazowego doziemnego są mniejsze od siły elektromotorycznej.

Pełniejszą analizę, który z prądów zwarciowych jest największy pokazano na rys. 3.19. Wnioski z wykresu 3.18 zostaną wykorzystane w rozdziale 4.9.



Rys. 3.19 Określanie rodzaju zwarcia bezoporowego, przy którym występują największe prądy zwarciowe.

3.11. Modele trójfazowe elementów układu elektroenergetycznego dla analizy zakłóceń niesymetrycznych

W przypadku prostych układów elektroenergetycznych, w niektórych przypadkach prościej jest prowadzić analizę zakłóceń niesymetrycznych na modelu trójfazowym zamiast metodą składowych symetrycznych. Szczególnie prosto przedstawia się modelowanie odcinka linii symetrycznej. Rozważono dowolny odcinek linii jednotorowej symetrycznej włączony obustronnie do układu elektroenergetycznego zasilającego. Spadek napięcia na tym odcinku w fazie R wyniesie:

$$\Delta \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \Delta \underline{\mathbf{U}}_{(1)} + \Delta \underline{\mathbf{U}}_{(2)} + \Delta \underline{\mathbf{U}}_{(0)} = \underline{Z}_{(1)} \underline{\mathbf{I}}_{(1)} + \underline{Z}_2 \underline{\mathbf{I}}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} \underline{\mathbf{I}}_{(0)}$$
(3.228)

gdzie: $\underline{Z}_{(1)}, \underline{Z}_{(2)}, \underline{Z}_{(0)}$ - impedancja rozpatrywanego odcinka MN. Jeżeli założymy, że $\underline{Z}_{(1)} = \underline{Z}_{(2)}$ to:

$$\Delta \underline{U}_{R} = \underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{(1)} + \underline{Z}_{2} \underline{I}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} \underline{I}_{(0)} + (\underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{(0)} - \underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{(0)}) =$$

= $\underline{Z}_{(1)} (\underline{I}_{(0)} + \underline{I}_{(1)} + \underline{I}_{(2)}) + \underline{I}_{(0)} (\underline{Z}_{(1)} - \underline{Z}_{(1)})$ (3.229)

Ponieważ:

$$\underline{I}_{R} = \underline{I}_{(0)} + \underline{I}_{(1)} + \underline{I}_{(2)}$$
(3.230)

$$\underline{I}_{(0)} = \frac{\underline{I}_Z}{3}$$
(3.231)

to:

$$\Delta \underline{U}_{R} = \underline{I}_{R} \, \underline{Z}_{(1)} + \underline{I}_{Z} \, \frac{\underline{Z}_{(0)} - \underline{Z}_{(1)}}{3} \tag{3.232}$$

Dla fazy S mamy:

$$\Delta \underline{U}_{S} = a^{2} \Delta \underline{U}_{(1)} + a \Delta \underline{U}_{(2)} + \Delta \underline{U}_{(0)} = a^{2} \underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{(1)} + a \underline{Z}_{2} \underline{I}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} \underline{I}_{(0)} = = a^{2} \underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{(1)} + a \underline{Z}_{2} \underline{I}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)} \underline{I}_{(0)} + (\underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{(0)} - \underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{(0)}) = = \underline{Z}_{(1)} \left(a^{2} \underline{I}_{(1)} + a \underline{I}_{(2)} + \underline{I}_{(0)}\right) + \underline{I}_{(0)} (\underline{Z}_{(0)} - \underline{Z}_{(1)}) = = \underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{S} + \underline{I}_{Z} \frac{\underline{Z}_{(0)} - \underline{Z}_{(1)}}{3}$$
(3.233)

Dla fazy T otrzymamy:

$$\Delta \underline{U}_{T} = \underline{Z}_{(1)} \underline{I}_{T} + \underline{I}_{Z} \frac{\underline{Z}_{(0)} - \underline{Z}_{(1)}}{3}$$
(3.234)

Z powyższych wzorów wynika, że odcinek ten można zastąpić schematem zastępczym jak na rys. 3.20: W tym schemacie zastępczym nie występują żadne sprzężenia elektromagnetyczne faza-faza czy faza-ziemia.

Do punktów M lub N przyłączono modele innych elementów np. inną linię czy źródło. Rozważono idealne trójfazowe źródło napięcia, którego punkt neutralny jest połączony z ziemią przez impedancję \underline{Z}_u . Powyższe schematy są jednakowe albowiem:

$$\underline{Z}_{(1)} = 0 \tag{3.235}$$

$$\underline{Z}_{(0)} = 3\,\underline{Z}_{\mathrm{u}} \tag{3.336}$$

co w wyniku daje:

$$\frac{\underline{Z}_{(0)} - \underline{Z}_{(1)}}{3} = \frac{3\underline{Z}_{u} - 0}{3} = \underline{Z}_{u}$$
(3.237)

$$\underline{Z}_{(0)} = 3\underline{Z}_{u} \tag{3.338}$$

$$\frac{\underline{Z}_{(0)} - \underline{Z}_{(1)}}{3} = \frac{3\underline{Z}_{u} - 0}{3} = \underline{Z}_{u}$$
(3.239)



Rys. 3.20 Schemat zastępczy odcinka linii.



Rys. 3.21 Schemat źródła, przy czym: a) w układzie wyjściowym, b) po przekształceniu.

Rozpatrzono połączone szeregowo: model źródła i modele dwóch linii. Założono dodatkowo, że na końcu drugiej linii występuje zwarcie jednofazowe. W oparciu o schemat z rys. 3.22 można wyprowadzić, że

$$I_{R} = \frac{\underline{E}_{R}}{\underline{Z}_{(1)a} + \underline{Z}_{(1)b} + \frac{\underline{Z}_{(0)a} - \underline{Z}_{(1)a}}{3} + \frac{\underline{Z}_{(0)b} - \underline{Z}_{(1)b}}{3}} = \frac{3 \underline{E}_{R}}{2 \underline{Z}_{(1)a} + 2 \underline{Z}_{(1)b} + \underline{Z}_{(0)a} + \underline{Z}_{(0)b}}$$
(3.240)

Powyższy wzór jest identyczny z otrzymanym za pomocą metody składowych symetrycznych. Podobnie można obliczyć napięcia w punktach P czy N w dowolnej fazie czy inne rodzaje zwarć.



Rys. 3.22 Schemat zastępczy przykładowej sieci.

3.12. Pytania kontrolne

- 1. Dlaczego rezystancja uziemienia punktu gwiazdowego transformatora oraz rezystancja przejścia w miejscu zwarcia są wprowadzane do schematu zastępczego dla składowej zerowej ze współczynnikiem 3 a do schematu dla składowej zgodnej ze współczynnikiem 0.
- 2. Omówić zasady transformacji składowych symetrycznych prądu i napięcia przez transformatory o różnych grupach połączeń.
- 3. Omówić transformację prądów zwarć niesymetrycznych przez transformatory o różnych grupach połączeń. Wykonać to metodą prądów fazowych bez użycia metody składowych symetrycznych.
- 4. Dlaczego składowa przeciwna prądu, napięcia jest inaczej transformowana przez transformator o grupie połączeń YNd11 niż składowa zgodna.
- 5. Wpływ rezystancji przejścia na wielkości prądu i napięcia w miejscu zwarcia podczas:
 - a) zwarcia trójfazowego,
 - b) zwarcia dwufazowego,
 - c) zwarcia jednofazowego,
 - d) zwarcia dwufazowego doziemnego.

Analizę przeprowadzić w oparciu o wykresy wskazowe dla sieci ze skutecznie uziemionym punktem neutralnym.

- 6. Wpływ rezystancji obwodu na wielkości prądu i napięcia w miejscu zwarcia podczas:
 - a) zwarcia trójfazowego,
 - b) zwarcia dwufazowego,
 - c) zwarcia jednofazowego,
 - d) zwarcia dwufazowego doziemnego.

Analizę przeprowadzić w oparciu o wykresy wskazowe dla sieci ze skutecznie uziemionym punktem neutralnym.

7. Przeanalizować jak zmieniają się napięcia poza miejscem zwarcia dla:

- a) zwarcia trójfazowego,
- b) zwarcia dwufazowego,
- c) zwarcia jednofazowego,
- d) zwarcia dwufazowego doziemnego.

Analizę przeprowadzić w oparciu o wykresy wskazowe dla sieci ze skutecznie uziemionym punktem neutralnym.

8. Przeanalizować wpływ stosunku $\frac{X_{(0)}}{X_{(1)}}$ na wykres wskazowy prądów i napięć dla zwarcia

dwufazowego doziemnego. W rozważaniach pominąć rezystancje obwodu.

9. Przeanalizować wpływ stosunku $\frac{X_{(0)}}{X_{(1)}}$ na wykres wskazowy prądów i napięć dla zwarcia

jednofazowego. W rozważaniach pominąć rezystancje obwodu.

- 10. Wyprowadzić wzory na stosunki między modułami napięć międzyprzewodowych w pewnym punkcie poza miejscem zwarcia dla następujących przypadków:
 - a) zwarcie trójfazowe i dwufazowe,
 - b) zwarcie trójfazowe i dwufazowe doziemne,
 - c) zwarcie trójfazowe i jednofazowe,
 - d) zwarcie jednofazowe i dwufazowe doziemne.
- 11. Narysować wykres wskazowy dla zwarcia jednofazowego w fazie S.
- 12. Narysować wykres wskazowy dla zwarcia jednofazowego w fazie T.
- 13. Narysować wykres wskazowy dla zwarcia dwufazowego w fazach R i S.
- 14. Narysować wykres wskazowy dla zwarcia dwufazowego doziemnego w fazach R i T.
- 15. Jakie składowe symetryczne są w napięciach międzyprzewodowych gdy wiadomo, że napięcia fazowe zawierają wszystkie trzy składowe symetryczne?
- 16. Wpływ rezystancji uziemienia sieci na wielkości prądu i napięcia w miejscu zwarcia podczas:
 a) zwarcia jednofazowego,
 - b) zwarcia dwufazowego doziemnego.

Analizę przeprowadzić w oparciu o wykresy wskazowe dla sieci ze skutecznie uziemionym punktem neutralnym.