7. STABILNOŚĆ GLOBALNA, DYNAMICZNA SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO

7.1 Wprowadzenie

Stabilność globalna systemu elektroenergetycznego (SE) to stabilność jego pracy podczas dużych zakłóceń. Do zakłóceń tych można zaliczyć:

- załączanie, wyłączanie wielkich odbiorów,
- załączanie, wyłączanie grup generatorów, całych elektrowni,
- załączanie, wyłączanie linii w sieci elektroenergetycznej (SEE),
- zwarć.

Najgroźniejszym zakłóceniem jest oczywiście zwarcie, podczas którego następuje gwałtowna redukcja pobieranej mocy czynnej z generatorów, gdy tymczasem moc mechaniczna turbin pozostaje stała. Zmiana mocy mechanicznej odbywa się poprzez zmianę ilości czynnika przepływającego przez turbinę (ilości pary, wody lub gazu). Taka zmiana nie odbywa się natychmiastowo, potrzeba na to pewnego czasu. Dodatkowo trzeba tu pamiętać o bezwładności mas wirujących, której miarą jest stała czasowa mechaniczna T_m. Reasumując potrzeba kilku, kilkunastu a czasem i kilkudziesięciu sekund, aby moc mechaniczna dostosowała się do zmienionej mocy elektrycznej. Ta nierównowago momentów napędowego i hamującego prowadzi do szybkiego wzrostu kątów między wirnikami generatorów oraz ich prędkości obrotowych.

W praktyce inżynierskiej badanie równowagi dynamicznej ogranicza się bardzo często tylko do sprawdzenia czy równowaga jest zachowana dla pierwszego wahnięcia wirnika. W prostych układach elektroenergetycznych przy pominięciu wpływu działania regulatorów na zjawisko takie założenie jest dopuszczalne. Jednakże wystarczy rozpatrzyć zwarcie w jednym torze linii dwutorowej wyposażonej w automatykę samoczynnego powtórnego załączania (SPZ), aby przy pewnych wartościach czasu trwania zwarcia i czasu przerwy beznapięciowej badanie pierwszego wahnięcia wirnika generatora doprowadziło do fałszywych wniosków.

7.2 Model matematyczny generatora dla wyznaczania stabilności dynamicznej systemu elektroenergetycznego

W badaniach stanów ustalonych generatory są modelowane za pomocą reaktancji synchronicznej podłużnej, za którą występuje siła elektromotoryczna synchroniczna generatora. Po nagłej zmianie stanu pracy generatora model matematyczny rozpatrywanego generatora to reaktancja nadprzejściowa i siła elektromotoryczna nadprzejściowa. Stan nadprzejściowy trwa aż do zaniku stanów nieustalonych w uzwojeniach tłumiących, co zwykle wynosi od 0.1s do 0.2s. Po zaniku stanu nieustalonego w uzwojeniach tłumiących model matematyczny generatora to reaktancja przejściowa i siła elektromotoryczna przejściowa. Generator w zależności od stanu można zastąpić schemat zastępczym takim jak na rys. 7.1.



Rys. 7.1 Schemat zastępczy generatora obrazujący jego zachowanie w stanach nieustalonych

Do badania równowagi dynamicznej przyjmuje się, że generator jest reprezentowany przez siłę elektromotoryczną przejściową za reaktancją przejściową. Wpływ uzwojeń tłumiący analizuje się podobnie jak to było w podrozdziale 4.6.

7.3 Zastosowanie metody równych powierzchni do badania równowagi dynamicznej

W rozdziale 4.4 została opisana metoda równych powierzchni (pól). Metoda ta polega określeniu powierzchni pola odpowiadającym energii kinetycznej przyspieszającej i hamującej na wykresie mocy w funkcji kąta δ' – kąta pomiędzy siłą elektromotoryczną przejściową a napięciem sieci sztywnej. Równowaga zostanie zachowana, jeśli te pola mogą być równe sobie i nie zostanie zachowana, jeśli pole przyspieszające i hamujące nie są sobie równe. Metodę równych pól zostanie zaprezentowana dla zwarć w sieci przedstawionej na rys. 7.2.



Rys. 7.2 Schemat sieci

W przypadku zwarcia trójfazowego w punkcie 1 na rys. 7.3 zostały przedstawione wykresy mocy w funkcji kąta. Krzywa Pe0 to zależność mocy czynnej od kąta δ' dla stanu przed zwarciem. Moc mechaniczna, stała oznaczono symbolem Pm. Trzecią wielkością jest moc czynna płynąca z generatora do sieci sztywnej podczas zwarcia – krzywa Pez. Wielkość ta jest równa zeru albowiem zwarcie na szynach A, a dokładniej bezpośrednio za wyłącznikiem linii L3 powoduje, że napięcie na szynach A jest równe zeru a w takiej sytuacji i moc musi być równa zeru. Przed zwarciem kąt pomiędzy siłą elektromotoryczną przejściową a napięciem sieci sztywnej wynosił δ'_0 a moc generatora była równa moc mechanicznej. W chwili zwarcia na wirnik działa pełna moc mechaniczna powodując szybkie powiększanie się prędkości obrotowej a więc i kąta δ' . Pole S₁ jest wprost proporcjonalne do energii kinetycznej przyspieszającej wirnik. W chwili, gdy kąt osiągnął wartość δ'_{mx} następuje wyłączenie linii L3, likwidacja zwarcia. Założono, że przed zwarciem przez linię L3 nie płynęła moc czynna. W tej sytuacji charakterystyka mocy po zwarciu będzie identyczna jak ta przed zwarciem. Na wirnik działa teraz moc $[P_{e0}(\delta'_{mx})-P_m]$ i jest to moc hamująca. Prędkość wirnika zacznie maleć, lecz kąt δ' będzie się powiększał tak długo jak cała energia kinetyczna przyspieszająca nie zostanie zamieniona na energię hamującą – pole S₂. W momencie jak te oba pola będą sobie równe to prędkość obrotowa ponownie będzie równa synchronicznej, ale występuje pewien nadmiar moc elektrycznej nad mechaniczną, co spowoduje, że wirnik zacznie hamować z prędkością mniejszą od synchronicznej jednocześnie zmniejszając kąt δ' . Zacznie ruch wahadłowy wokół punktu A.



Rys. 7.3 Pola reprezentujące energie kinetyczne dla zwarcia trójfazowego w punkcie 1

Na rys. 7.3 pokazano przypadek graniczny, kiedy koniec pola S₂ występuje w punkcie B przy kącie $\Pi - \delta'_0$. Gdyby taka sytuacja miała miejsce w rzeczywistości to dalsze zachowanie się wirnika jest nie przewidywalne: albo wróci do punktu A albo generator straci stabilność. Dlatego w rzeczywistości wyłączenia zwarcia dokonamy wcześniej przy kącie mniejszym niż δ'_{mx} a w związku z tym nie osiągniemy punktu B i w punkcie tym moc elektryczna będzie na pewno większa od mechanicznej.



Rys. 7.4 Pola reprezentujące energie kinetyczne dla zwarcia trójfazowego w punkcie 2

W sytuacji, gdy zwarcie wystąpi w punkcie 2 linii L3 (rys. 7.4) oddalonym o pewną impedancję od szyn A to moc płynąca z generatora do sieci sztywnej podczas zwarcia nie będzie już równa zeru. Moc tę reprezentuje charakterystyka P_{eZ} na rys. 7.4. Wyłączenie zwarcia następuje w chwili, gdy kąt δ' ma wartość δ'_1 . Pola S₁ oraz S₂ zrównują się przy kącie δ'_2 . Przy tym kącie moc elektryczna jest wyraźnie większa od mechanicznej, co jednoznacznie wskazuje na kierunek dalszego ruchu wirnika.

Na rys. 7.5 przedstawiona jest sytuacja, gdy zwarcie występuje w jednej z linii równoległych – linii L2 w punkcie 3. Przebieg charakterystyki mocy podczas zwarcia jest podobny jak dla zwarcia

w punkcie 2. Jednakże po wyłączeniu zwarcia w chwili, gdy kąt jest równy δ'_1 mamy nową sytuację. Generator jest połączony z siecią sztywną za pośrednictwem tylko jednej a nie dwóch linii. Impedancja wzajemna generator-sieć sztywna rośnie a nowa charakterystyka mocy $P_{e1}(\delta')$ ma mniejszą wartość maksymalną, co pogarsza warunki stabilności. Przy danych takich jak na rys. 7.5 stabilność została zachowana albowiem pole S_1 jest mniejsze od pola pomiędzy krzywą $P_{e1}(\delta')$ i krzywą mocy mechanicznej, czyli można określić pole S_2 , które jest równe polu S_1 . Nowy punktem pracy ustalonej będzie kąt δ'_k .



Rys. 7.5 Pola reprezentujące energie kinetyczne dla zwarcia trójfazowego w punkcie 3 bez automatyki SPZ

W celu poprawy warunków stabilności i jednocześnie w celu likwidacji części zwarć w napowietrznych liniach elektroenergetycznych instaluje się automatykę SPZ. Po czasie potrzebnym do identyfikacji miejsca lub rodzaju zwarcia przekaźnik zabezpieczający wyłącza obustronnie linię. Wtedy automatyka SPZ rozpoczyna odliczanie czasu przerwy beznapięciowej po upływie, której linia jest powtórnie obustronnie załączana. Mamy dwie możliwości:

- Zwarcie miało charakter nietrwały i podczas przerwy beznapięciowej kolumna połukowa zwarcia została zdejonizowana, czyli zwarcie zostało zlikwidowane SPZ udany.
- Zwarcie miało charakter trwały i podczas przerwy beznapięciowej kolumna połukowa zwarcia nie została zdejonizowana, czyli zwarcie nie zostało zlikwidowane – SPZ nieudany.



Rys. 7.6 Pola reprezentujące energie kinetyczne dla zwarcia trójfazowego w punkcie 3, SPZ udany w I-szym cyklu

Przypadek SPZ udanego prezentuje rys. 7.6. Pole S₁ i S₂ wynikają z czasów trwania zwarcia i z czasu przerwy beznapięciowej. Założono ponadto, że pole S₁ jest większe od pola S₂. Po przerwie beznapięciowej linia L2 została załączona trwale w związku z tym wróciliśmy z powrotem na charakterystykę P_{e0} poruszając się od punktu δ'_2 do punktu δ'_3 tak, aby S₁=S₂+S₃. Należy tu zauważyć, że gdyby czas przerwy beznapięciowej był dłuższy to wirnik doszedłby do kąta δ'_2 takiego, że S₁=S₂ a następnie rozpocząłby ruch wsteczny. Po wahaniach ustali się tutaj punkt pracy przy kącie początkowym δ'_0 .



Rys. 7.7 Pola reprezentujące energie kinetyczne dla zwarcia trójfazowego w punkcie 3, SPZ nieudany I-no cyklowy

Przebieg zjawisk fizycznych podczas nieudanego cyklu SPZ w przypadku, gdy jest to SPZ jednocyklowy oraz odpowiednie pola reprezentujące energie kinetyczne są na rys. 7.7. Pole S₁ i S₂ wynikają z czasów trwania zwarcia i z czasu przerwy beznapięciowej. Założono ponadto, że pole S₁ jest większe od pola S₂. Po przerwie beznapięciowej przy kącie δ'_2 linia L2 została załączona, lecz okazało się, że występuje zwarcie. Wracamy na charakterystykę dla stanu zwarcia ponownie

przyspieszając. Pole S₃ jest proporcjonalne do energii kinetycznej przyspieszającej, jaka powstała podczas tego drugiego zwarcia. Przy kącie δ'_3 następuje definitywne wyłączenie linii L2. W tym momencie mamy wyraźną przewagę energii kinetycznej przyspieszającej nad hamującą. Startując z punktu δ'_3 w kierunku rosnących kątów sprawdzamy czy znajdziemy pole S₄ takie, aby było spełnione równanie równych pól, a mianowicie S₁+S₃=S₂+S₄. Jeśli tak, to stabilność układu jest zachowana, w przypadku przeciwnym układ będzie niestabilny.

Pozostałe przypadki analizy stabilności metodą równych pól zostaną przeprowadzone podczas ćwiczenia laboratoryjnego opisanego w załączniku nr 3.

7.4 Badanie stabilności dynamicznej podczas zwarć niesymetrycznych

Badanie stabilności dynamicznej podczas zwarć niesymetrycznych odbywa się identycznie jak dla zwarć symetrycznych z jednym wyjątkiem. W miejscu zwarcia niesymetrycznego trzeba włączyć dodatkową sztuczną gałąź o impedancji $\Delta \underline{Z}$ zależnej od rodzaju zwarcia, i tak impedancja ta wynosi:

- trójfazowe $\Delta Z = 0$
- dwufazowe $\Delta \underline{Z} = \underline{Z}_{(2)}$
- jednofazowe $\Delta \underline{Z} = \underline{Z}_{(2)} + \underline{Z}_{(0)}$
- dwufazowe z ziemią

$$\Delta \underline{Z} = \frac{\underline{Z}(2) \cdot \underline{Z}(0)}{\underline{Z}(2) + \underline{Z}(0)}$$

Charakterystyki mocy dla zwarć niesymetrycznych są różne od charakterystyki dla zwarcia trójfazowego. Na rys. 7.8 przedstawiono takie charakterystyki dla przypadku zwarcia w punkcie 1 schematu z rys. 7.2. Amplituda charakterystyki dla zwarcia trójfazowego wynosi zero zaś dla pozostałych rodzajów zwarć jest różna od zera.



Rys. 7.8 Charakterystyki mocy dla różnych rodzajów zwarć, dla:

- P_{eZ}^{1F} zwarcia jednofazowego,
- P_{eZ}^{2F} zwarcia dwufazowego,
- P_{eZ}^{2Fz} zwarcia dwufazowego doziemnego,
- P_{eZ}^{3F} zwarcia trójfazowego.

7.5 Wpływ regulacji wzbudzenia

Analizując zakłócenia takie jak:

- załączanie, wyłączanie wielkich odbiorów,
- załączanie, wyłączanie grup generatorów, całych elektrowni,
- załączanie, wyłączanie linii w sieci elektroenergetycznej,
- zwarcia

należy pamiętać, że występują wtedy znaczne zmiany napięcia w różnych miejscach systemu elektroenergetycznego. Te wahania napięcia mogą wystąpić również na zaciskach generatora. W przypadku, gdy zauważy to regulator napięcia wzbudzenia generatora to spowoduje zmianę tego napięcia. Rozpoczynając analizę wpływu regulatora wzbudzenia generatora na równowagę dynamiczną należy pamiętać o jego wpływie na efekt tłumienia wywołany przez uzwojenia tłumiące generatora a opisany w rozdziale 4.6. Zjawisko to oczywiście występuje w taki sam sposób jak zostało to opisane, lecz obecnie zajmiemy się jedynie analizą wpływu regulatora wzbudzenia generatora na równowagę dynamiczną. W celu przeanalizowania zachowania się generatora w takich sytuacjach oraz przeanalizowania wpływu działania regulatora wzbudzenia

generatora na równowagę dynamiczną zostanie rozpatrzony przypadek zwarcia numer 2 w sieci z rys. 7.2.

Podczas zwarcia napięcie na zaciskach generatora zmienia się wraz ze zmianą kąta δ ' tak jak to pokazano już na rys. 4.11. Na regulatorze wzbudzenia generatora wystąpi duży błąd regulacji, napięcie na zaciskach generatora jest znacznie mniejsze od napięcia przed zakłóceniem. Regulator zwiększy prąd wzbudzenia, co w efekcie da nam powiększenie siły elektromotorycznej przejściowej generatora, przy czym to powiększenie występuje według krzywej wykładniczej z pewnym opóźnieniem. Stała czasowa tego opóźnienia to znana stała czasowa przejściowa T'_d. Zwiększenie się siły elektromotorycznej przejściowej pociągnie za sobą powiększenie amplitudy charakterystyk mocy generatora już podczas zwarcia. Pokazano to na rys. 7.9 za pomocą rodziny krzywych 1.



Rys. 7.9 Charakterystyki mocy z uwzględnieniem regulacji wzbudzenie generatora, przy czym: 1 – krzywe dla stanu zwarcia,

2 - krzywe dla stanu po zwarciu.

Moc elektryczna podczas zwarcia nie zmienia się zgodnie z dolna krzywą z grupy 1, lecz z pewnym opóźnieniem moc ta wzrasta zakreślając mniejsze pole energii przyspieszającej S₁ 1234. Gdyby nie było działania układu regulacji wzbudzenia pole to wynosiłoby 123'4. Pole odpowiadające energii opóźniającej 4567 kończy się przy mniejszym kącie albowiem poruszamy się po górnej krzywej z grupy 2. Z powyższych rozważań wynika, że wpływu regulatora wzbudzenia generatora na jego równowagę dynamiczną jest pozytywny albowiem kąt pierwszego wahnięcia jest mniejszy.

Wpływ regulatora wzbudzenia generatora na jego pierwsze wahnięcie wirnika jest jednoznacznie pozytywny. Rozpatrzymy teraz ten wpływ na drugie wahnięcie wirnika generatora. Mamy tu do czynienia z dwoma odmiennymi przebiegami:

- dla zwarcia w sieci o dużej impedancji łączącej generator z siecią sztywną,
- dla zwarcia w sieci o małej impedancji łączącej generator z siecią sztywną.



Rys.7.10 Wahania wirnika generatora dla zwarcia w sieci o dużej impedancji łączącej generator z siecią sztywną

W sytuacji, gdy impedancja łącząca generator z siecią sztywna jest porównywalna lub wieksza od reaktancji przejściowej generatora to zgodnie z rys. 4.11 mamy głębokie załamanie się napięcia generatora wraz zmianami kąta δ". W tej sytuacji uchyb regulacji widziany przez regulator napięcia wzbudzenia jest duży i mocno zależny od tego kąta. W funkcji, proporcjonalnie do tego uchybu regulacji z pewnym opóźnieniem będzie zmieniała się siła elektromotoryczna przejściowa generatora a wraz z nią jego charakterystyki mocy. Ruch wirnika do chwili wyłączenia zwarcia będzie taki sam jak pokazano już na rys 7.9 – od punktu 2 do 3 generując energie przyspieszającą proporcjonalną do pola 1234. Ruch wirnika po wyłączeni zwarcia nie odbędzie się po jednej charakterystyce - krzywa górna z rys.7.9 lub krzywa o tej samej amplitudzie na rys.7.10. Na drodze od punktu 5 do 6 (rys. 7.10) nastąpi dalsze zwiększenie napięcia wzbudzenia. Pole energii opóźniającej 4567 zakończy się przy trochę mniejszym kącie. W ruchu wstecznym od punktu 6 przez 8 do 9 będzie następowało dalsze zwiększenie napięcia wzbudzenia powodujac dalszy wzrost siły elektromotorycznej przejściowej a w wyniku amplitud charakterystyk mocy. Energia hamująca ruchu wstecznego proporcionalna do pola 7689 (pole S₃ na rys. 7.10 zakreskowane pionowo) będzie wyraźnie większa od energii hamujacej, jakie by było gdyby nie było regulacji wzbudzenia. W konsekwencji wahnięcie wstecz wirnika generatora będzie znacznie głębsze.

Odmienne sytuacja będzie, gdy impedancja łącząca generator z siecią sztywną jest mniejsza od reaktancji przejściowej generatora. Zmiany napięcia generatora będą a więc i zmiany siły elektromotorycznej przejściowej wtedy niewielkie. W czasie zwarcia nastąpi pewne, choć mniejsze, zwiększenie wzbudzenia generatora, co spowoduje pewne powiększenie pola S₁. Po wyłączeniu zwarcia ruch w przód wystąpi po prawie nie zmieniającej się charakterystyce. Zwiększy to trochę kąt pierwszego wahnięcia wirnika. Podczas ruchu wstecznego nastąpi zmniejszanie prądu wzbudzenia, co spowoduje, że ruch wsteczny odbędzie się po charakterystyce mocy o mniejszej amplitudzie i wyraźnie zmniejszy kąt drugiego wahnięcia wirnika generatora.

Rozpoczynając analizę wpływu regulatora wzbudzenia generatora na równowagę dynamiczną pominięto jego wpływ na efekt tłumienia wywołany przez uzwojenia tłumiące generatora a opisany w rozdziale 4.6. Przypomnijmy teraz, że ujemne tłumienie wywołane działaniem regulatora wzbudzenia jest tym większe im większy jest uchyb regulacji. Reasumując w sytuacji, gdy impedancja łącząca generator z siecią sztywną jest porównywalna lub większa od reaktancji przejściowej generatora ujemne tłumienie będzie większe niż w przypadku linii krótkiej i może to dodatkowo zagrozić stabilności układu.

Warte analizy są również dwa następujące przypadki zwarć, podobne do powyżej rozważanych:

- Wyłączane zwarcie występującego w linii krótkiej, gdy połączenie które zostaje ma cechy linii długiej.
- Wyłączane zwarcie występującego w linii długiej, gdy połączenie które zostaje ma cechy linii krótkiej.

W pierwszym przypadku tłumienie oscylacji będzie słabe w drugim dobre.

7.6 Wpływ zanikania siły elektromotorycznej przejściowej generatora

Z wykładu ze zwarć wiadomo, że siła elektromotoryczna przejściowa generatora zanika w czasie trwania ze stałą czasową T'_d wynosząca od 0.6s do 6s w zależności czy mamy do czynienia ze zwarciem pobliskim czy odległym. Wpływ zanikania siły elektromotorycznej przejściowej generatora jest istotny jedynie przy zwarciach pobliskich przy długich czasach działania elektroenergetycznej automatyki zabezpieczeniowej. Nie uwzględnienie tego wpływu powoduje, że wyniki są bardziej optymistyczne niż ma to miejsce w rzeczywistości.

7.7 Wyniki symulacji otrzymane za pomocą programu STABILN4

W celu lepszego zrozumienia zjawisk przejściowych podczas zakłóceń zbudowano program STABILN4 do numerycznej ich symulacji w układzie generator-sieć sztywna. Wynikiem działania programu jest rozwiązanie układu dwóch równań różniczkowych opisujących dynamikę generatora z uwzględnieniem tłumienia w postaci stałego współczynnika. Pominięto, więc modelowanie układu regulacji wzbudzenia, uzwojenia tłumiące i rezystancje obwodu twornika. Czas podzielono na pięć deklarowanych odcinków przypisując każdemu z nich amplitudę charakterystyki mocy. Takie podejście umożliwia symulację najbardziej skomplikowanych przypadków pracy układu generator-sieć sztywna. Danymi wejściowymi do programu są:

- odcinek 1-szy czas przed zwarciem amplituda charakterystyki mocy P1,
- odcinek 2-gi zwarcie czas zwarcia tz i amplituda charakterystyki mocy podczas zwarcia P2,
- odcinek 3-ci przerwa beznapięciowa czas trwania przerwy beznapięciowej t_P i amplituda charakterystyki mocy podczas przerwy beznapięciowej P3,
- odcinek 4-ty zwarcie czas zwarcia taki sam jak poprzednio i amplituda charakterystyki mocy podczas zwarcia P4,
- odcinek 5-ty stan po zwarciu amplituda charakterystyki mocy P5.

Dodatkowo moce P2 i P3 mogą być sinusoidami lub liniami prostymi. Pozostałymi wielkościami wejściowymi są:

- moc mechaniczna Pm,
- stała czasowa mechaniczna zespołu wytwórczego Tm,
- współczynnik tłumienia c,
- krok całkowania h,
- współczynnik spowalniania obliczeń co pozwala obserwować wyniki w czasie rzeczywistym lub wydłużonym.

Czasy są wprowadzane w sekundach zaś pozostałe wielkości w jednostkach względnych. Taki sposób wprowadzania danych wejściowych umożliwia praktycznie symulację każdej sytuacji w układzie generator-sieć sztywna. Przykładowe wyniki są na rys. 7.11, rys. 7.12 oraz rys. 7.13.



Rys.7.11 Wahania wirnika generatora dla zwarcia typu 2 w układzie jak na rys. 7.2, wyłączonego po czasie 0.2s, bez uwzględnienia tłumienia.

Wynikiem działania programu, symulacji są przebiegi rysowane na jednym ekranie komputera podzielonym na cztery części. Są to:

- Lewa górna część ekranu przedstawia zależności mocy w funkcji kąta δ' na charakterystykach mocy zakreślane są powierzchnie proporcjonalne do energii kinetycznych przyspieszających i opóźniających. Kolejne powierzchnie zakreślane są przez komputer za pomocą różnego typu linii co umożliwia obserwacje rzeczywistego wahania wirnika generatora.
- Lewa dolna część ekranu przedstawia zależności prędkości obrotowej wirnika w funkcji kąta δ' (portret fazowy).
- Prawa górna część ekranu przedstawia zależności kąta δ' i mocy w funkcji czasu.
- Prawa dolna część ekranu przedstawia zależności prędkości obrotowej wirnika w funkcji czas. Poniżej przebiegów wypisane są wszystkie dane wejściowe.



Rys.7.12 Wahania wirnika generatora dla zwarcia typu 2 w układzie jak na rys. 7.2, wyłączonego po czasie 0.2s, z uwzględnieniem tłumienia.

Na rys. 7.11 i rys. 7.12 przedstawione są wahania wirnika generatora dla zwarcia typu 2 w układzie jak na rys. 7.2, wyłączonego po czasie 0.2s. Nie uwzględnienie SPZ-u uzyskano poprzez podanie jednakowych mocy P3=P4=P5.



Rys.7.13 Wahania wirnika generatora dla zwarcia typu 3 lecz na szynach A w układzie jak na rys. 7.2, wyłączonego w 2-gim cyklu SPZ, bez uwzględnienia tłumienia.

Wyniki zaprezentowane na rys. 7.13 są bardzo interesujące albowiem przedstawiają sytuację, gdy podczas drugiego zwarcia w cyklu SPZ kąt δ ' maleje pomimo dużej mocy przyspieszającej – odcinek 2-3 na portrecie fazowym.

7.8 Zadania

<u>7.8.1</u> Zadanie 1

Elektrownia oddaje moc czynną $P_G=100$ MW przy napięciu na zaciskach generatora $U_G=U_{NG}=10.5$ kV. Na początku linii L2 wystąpiło zwarcie trójfazowe. Obliczyć największy czas dopuszczalny czas trwania zwarcia dopuszczalny ze względu na równowagę dynamiczną. Pominąć rezystancje elementów sieci.



Rys. 7.14 Schemat sieci

Dane:

G:	S _N =120 MVA	X' _d =20 %	U _{NG} =10,5 kV
	$\cos \varphi_N = 0.8$ ind.	T _m =12,5 s,	
T:	S _N =150 MVA	ΔU _z =10,5 %	v=220/10,3,
L:	$X_k=0,4\Omega/km$	l=200 km,	
UE:	U _B =220 kV.		

Rozwiązanie

1. Impedancje elementów na poziomie napięcia 10,5 kV

$$X_{G} = \frac{X'_{d}}{100} \frac{U_{N}^{2}}{S_{N}} = \frac{20}{100} \frac{10.5^{2}}{120} = 0.184 \ \Omega$$
$$X_{T} = \frac{\Delta U_{z}}{100} \frac{U_{N}^{2}}{S_{N}} = \frac{10.5}{100} \frac{10.5^{2}}{150} = 0.077 \ \Omega$$

$$X_{L} = X_{k} \ 1 \ \frac{1}{\vartheta_{T}^{2}} = 0.4 \cdot 200 \ \frac{10.5^{2}}{220^{2}} = 0.182 \ \Omega$$

2. Obliczenie kąta pomiędzy napięciem na zaciskach generatora i napięciem sieci sztywnej oraz mocy biernej generatora

$$P_{G} = \frac{U_{G}U_{S}}{X_{T} + X_{L}}\sin\vartheta$$

$$\sin \vartheta = \frac{P_G (X_T + X_L)}{U_G U_S} = \frac{100 \cdot 0.259}{10.5 \cdot 10.5} = 0.235$$

 $\vartheta = \arcsin 0.235 = 13.6^{\circ}$

$$Q_{G} = \frac{U_{G}^{2}}{X_{T} + X_{L}} - \frac{U_{G}U_{S}}{X_{T} + X_{L}} \cos \theta =$$
$$= \frac{10.5^{2}}{0.259} - \frac{10.5^{2}}{0.259} \sqrt{1 - 0.235^{2}} = 11.9 \text{ M var}$$

3. Obliczenia modułu siły elektromotorycznej generatora

$$\underline{E}'_{d} = U_{G} + \frac{Q_{G}X_{G}}{U_{G}} + j\frac{P_{G}X_{G}}{U_{G}} =$$

= 10.5 + $\frac{11.9 \cdot 0.184}{10.5}$ + $j\frac{100 \cdot 0.184}{10.5}$ = (10.7 + j1.75) = 10.85 e^{j9.3^{\circ}} kV

4. Wyznaczenie mocy granicznej równowagi układu

$$P_{gr} = \frac{E'_{d} U_{S}}{X_{G} + X_{T} + X_{L}} =$$
$$= \frac{10.85 \cdot 10.5}{0.184 + 0.077 + 0.182} = 257 \text{ MW}$$

5. Obliczenie kąta początkowego

$$\delta'_0 = \delta'_{E'_d U_S} + 9 = 9.3 + 13.6 = 22.9^\circ = 0.4 \text{ rad.}$$

6. Wyznaczenie kąta granicznego zwarcia

Dla warunku granicznego energia kinetyczna przyspieszająca jest równa energii kinetycznej hamującej, czyli pole $S_1=S_2$ (patrz rys. 7.3).

$$\begin{split} & S_1 = P_m \left(\delta'_x - \delta'_0 \right) = P_G \left(\delta'_x - \delta'_0 \right) \\ & S_2 = \left(\int_{\delta'_x}^{\Pi - \delta'_0} P_{e1} \ d \ \delta' \right) - P_m \cdot \left[(\Pi - \delta'_0) - \delta'_x \right] = \\ & = P_{gr} \int_{\delta'_x}^{\Pi - \delta'_0} \sin \delta' \ d \ \delta' - P_G \left(\Pi - \delta'_0 - \delta'_x \right) = \\ & = -P_{gr} \cos(\Pi - \delta'_0) + P_{gr} \cos \delta'_x - P_G \left(\Pi - \delta'_0 - \delta'_x \right) \end{split}$$

Podstawiamy obliczone pola do warunku na ich równość otrzymując:

,

$$P_{G}(\delta'_{x} - \delta'_{0}) = P_{gr} \cos \delta'_{0} + P_{gr} \cos \delta'_{x} - P_{G}(\Pi - \delta'_{0} - \delta'_{x})$$

$$P_{G}(\delta'_{x} - \delta'_{0}) + P_{G}(\Pi - \delta'_{0} - \delta'_{x}) = P_{gr} \cos \delta'_{0} + P_{gr} \cos \delta'_{x}$$

$$P_{G}(\Pi - 2 \cdot \delta'_{0}) = P_{gr} \cos \delta'_{0} + P_{gr} \cos \delta'_{x}$$

$$\cos \delta'_{x} = \frac{P_{G}(\Pi - 2 \cdot \delta'_{0})}{P_{gr}} - \cos \delta'_{0} = \frac{100(\Pi - 2 \cdot 0.4)}{257} - \cos 22.9^{\circ} = -0.010$$

$$\delta'_{x} = 90.6^{\circ}$$

Wyznaczenie dopuszczalnego czasu trwania zwarcia 7.

Ruch wirnika podczas zwarcia jest opisany równaniem różniczkowym o postaci:

$$\frac{T_{\rm m} S_{\rm NG}}{(\omega_{\rm S})^2} \frac{d^2 \delta}{d t^2} = \frac{P_{\rm m}}{\omega_{\rm S}}$$

Równanie to można rozwiązać analitycznie poprzez dwukrotne scałkowanie w przedziale $\delta'_0 - \delta'_x$:

$$\delta'_{\rm x} - \delta'_0 = \frac{P_{\rm m} \omega_{\rm S} t^2}{2 \cdot T_{\rm m} \cdot S_{\rm NG}}$$

Z powyższego równania wyznaczamy dopuszczalny czas trwania zwarcia:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot T_m \cdot S_{NG} \cdot \left(\delta'_x - \delta'_0\right)}{P_m \cdot \omega_S}}$$

$$\delta'_{\rm x} - \delta'_0 = 90.6 - 22.9 = 67.7^0 = 1.182$$
 rad.

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 12.5 \cdot 120 \cdot 1.182}{100 \cdot 2 \cdot \Pi \cdot 50}} == 0.336 \,s$$

<u>7.8.2</u> Zadanie 2

Elektrownia w układzie jak na rys. 7.15 oddaje moc czynną P_G=200 MW przy napięciu na zaciskach generatora $U_G = U_{NG} = 10$ kV. Zbadać równowagę po wyłączeniu linii L1.



Rys. 7.15 Schemat sieci

Dane:

 $\begin{array}{ccccccc} G: & S_{N}{=}300 \; MVA & X'_{d}{=}20 \;\% & U_{NG}{=}10 \; kV \\ & & cos\phi_{N}{=}0.8 \; ind. & T_{m}{=}12 \; s, \\ T: & S_{N}{=}400 \; MVA & \Delta U_{z}{=}11 \;\% & \upsilon{=}220/10, \\ L1, L2: & X_{k}{=}0,4\Omega/km & l{=}200 \; km, \\ UE: & U_{B}{=}220 \; kV. \end{array}$

Rozwiązanie

1. Impedancje elementów na poziomie napięcia 10 kV

$$X_{G} = \frac{X'_{d}}{100} \frac{U_{N}^{2}}{S_{N}} = \frac{20}{100} \frac{10^{2}}{300} = 0.0667 \ \Omega$$
$$X_{T} = \frac{\Delta U_{z}}{100} \frac{U_{N}^{2}}{S_{N}} = \frac{11}{100} \frac{10^{2}}{400} = 0.0275 \ \Omega$$

$$X_{L1} = X_k l \frac{1}{\vartheta_T^2} = 0.4 \cdot 200 \frac{10^2}{220^2} = 0.166 \Omega$$

2. Obliczenie kąta pomiędzy napięciem na zaciskach generatora i napięciem sieci sztywnej oraz mocy biernej generatora w stanie normalnym

Napięcie sieci sztywnej na poziomie 10 kV

$$U_{S}^{10} = U_{S} \left(\frac{1}{\vartheta_{T}}\right)^{2} = 220 \left(\frac{10}{220}\right)^{2} = 10 \text{ kV}$$

$$P_{G} = \frac{U_{G} U_{S}^{10}}{X_{T} + X_{L}} \sin \vartheta$$

$$\sin \vartheta = \frac{P_{G} (X_{T} + X_{L})}{U_{G} U_{S}^{10}} = \frac{200 \cdot \left(0.0275 + \frac{1}{2} 0.166\right)}{10 \cdot 10} = 0.223$$

 $\vartheta = \arcsin 0.223 = 12.9^{\circ}$

$$Q_{G} = \frac{U_{G}^{2}}{X_{T} + X_{L}} - \frac{U_{G}U_{S}^{10}}{X_{T} + X_{L}}\cos \vartheta =$$
$$= \frac{10^{2}}{0.1115} - \frac{10^{2}}{0.1115}\sqrt{1 - 0.223^{2}} = 22.6 \text{ M var}$$

3. Obliczenia modułu siły elektromotorycznej generatora

$$\underline{E}'_{d} = U_{G} + \frac{Q_{G}X_{G}}{U_{G}} + j\frac{P_{G}X_{G}}{U_{G}} =$$
$$= 10 + \frac{22.6 \cdot 0.0667}{10} + j\frac{200 \cdot 0.0667}{10} = (10.2 + j1.33) = 10.3 e^{j7.4^{\circ}} kV$$

4. Wyznaczenie mocy granicznej równowagi układu przed wyłączeniem

$$P'_{gr} = \frac{E'_{d} U_{S}^{10}}{X_{G} + X_{T} + \frac{1}{2}X_{L}} = \frac{10.3 \cdot 10}{0.0667 + 0.0275 + \frac{1}{2}0.166} = 578 \text{ MW}$$

5. Wyznaczenie mocy granicznej równowagi układu po wyłączeniu

$$P_{gr}'' = \frac{E_d' U_S^{10}}{X_G + X_T + X_L} =$$
$$= \frac{10.3 \cdot 10}{0.0667 + 0.0275 + 0.166} = 396 \text{ MW}$$

6. Obliczenie kąta początkowego

$$\delta'_0 = \delta'_{E'_d U_S} + 9 = 7.4 + 12.9 = 20.3^\circ = 0.354$$
 rad.

7. Charakterystyki mocy



Rys. 7.16 Charakterystyki mocy

Po wykreśleniu charakterystyk mocy widać bez obliczeń, że równowaga zostanie zachowana albowiem pole przyspieszająca S₁ jest znacznie mniejsze od maksymalnego pola hamującego S₂. Obliczymy jednak pola S₁ i S₂.

8. Obliczenie kąta końcowego δ'_k

$$\sin \delta'_{\rm k} = \frac{{\rm P}_{\rm m}}{{\rm P}''_{\rm gr}} = \frac{200}{396} = 0.505$$

$$\delta'_k = \arcsin 0.505 = 30.3^\circ = 0.529$$
 rad.

9. Obliczenie pola S₁

$$S_{1} = P_{m} \cdot (\delta'_{k} - \delta'_{0}) - \int_{\delta'_{0}}^{\delta'_{k}} P'_{gr} \cdot \sin \delta' \, d \, \delta' =$$

= $P_{m} \cdot (\delta'_{k} - \delta'_{0}) - P'_{gr} \cdot (\cos \delta'_{0} - \cos \delta'_{k}) =$
= $200 \cdot (0.529 - 0.354) - 396 \cdot (0.938 - 0.863) = 5.30 \text{ MW rad.}$

10. Obliczenie pola S₂

$$\begin{split} S_{2} &= \int_{\delta'_{k}}^{\Pi - \delta'_{0}} P'_{gr} \cdot \sin \delta' \, d \, \delta' - P_{m} \cdot (\Pi - \delta'_{0} - \delta'_{k}) = \\ &= P'_{gr} \cdot (\cos \delta'_{k} - \cos (\Pi - \delta'_{0})) - P_{m} \cdot (\Pi - \delta'_{k} - \delta'_{0}) = \\ &= 396 \cdot (0.863 + 0.938) - 200 \cdot (\Pi - 0.529 - 0.354) = 261.5 \text{ MW rad.} \end{split}$$

 $S_1 < S_2 - r$ ównowaga będzie zachowana.

<u>7.8.3</u> Zadanie 3

Elektrownia w układzie jak na rys. 7.17 oddaje moc czynną $P_G=200$ MW przy napięciu na zaciskach generatora $U_G=U_{NG}=10$ kV przy czym 50 MW przy cos $\phi=0.8$ ind. Pobiera odbiór. Na początku linii powstaje zwarcie trójfazowe wyłączone po czasie 0.2 s. Linia jest wyposażona w automatykę SPZ z czasem przerwy beznapięciowej równym 0.25 s. Zbadać równowagę układu przy założeniu udanej operacji SPZ. Odbiór zamodelować stałą impedancją.



Rys. 7.17 Schemat sieci

Dane:

G:	S _N =300 MVA	X' _d =20 %	U _{NG} =10 kV
	$\cos \varphi_N = 0.8$ ind.	T _m =12 s,	
T:	S _N =300 MVA	$\Delta U_z=11\%$	υ=220/10,
L1:	$X_k=0,4\Omega/km$	l=150 km,	
UE:	$U_{\rm B}=220 \rm kV.$		

Rozwiązanie

1. Impedancje elementów na poziomie napięcia 10 kV

$$X_{G} = \frac{X'_{d}}{100} \frac{U_{N}^{2}}{S_{N}} = \frac{20}{100} \frac{10^{2}}{300} = 0.0667 \ \Omega$$
$$X_{T} = \frac{\Delta U_{z}}{100} \frac{U_{N}^{2}}{S_{N}} = \frac{11}{100} \frac{10^{2}}{300} = 0.0367 \ \Omega$$

$$X_{L1} = X_k I \frac{1}{\vartheta_T^2} = 0.4 \cdot 150 \frac{10^2}{220^2} = 0.124 \Omega$$

2. Obliczenie kąta pomiędzy napięciem na zaciskach generatora i napięciem sieci sztywnej oraz mocy biernej generatora w stanie normalnym

Napięcie sieci sztywnej na poziomie 10 kV

$$U_{S}^{10} = U_{S} \left(\frac{1}{\vartheta_{T}}\right)^{2} = 220 \left(\frac{10}{220}\right)^{2} = 10 \text{ kV}$$
$$P_{L} = \frac{U_{G} U_{S}^{10}}{X_{T} + X_{L}} \sin \vartheta$$

$$P_{L} = P_{G} - P_{o} = 200 - 50 = 150 \text{ MW}$$

$$\sin \vartheta = \frac{P_L(X_T + X_L)}{U_G U_S^{10}} = \frac{150 \cdot (0.0367 + 0.124)}{10 \cdot 10} = 0.241$$

 $\vartheta = \arcsin 0.241 = 13.9^{\circ}$

$$Q_{L} = \frac{U_{G}^{2}}{X_{T} + X_{L}} - \frac{U_{G}U_{S}^{10}}{X_{T} + X_{L}}\cos \vartheta =$$
$$= \frac{10^{2}}{0.161} - \frac{10^{2}}{0.161}\sqrt{1 - 0.241^{2}} = 18.3 \text{ M var}$$

$$Q_o = P_o \frac{\sin \phi_o}{\cos \phi_o} = 50 \frac{0.6}{0.8} = 37.5 \text{ M var}$$

 $Q_G = Q_L + Q_o = 18.3 + 37.5 = 55.8 \text{ M var}$

3. Obliczenia modułu siły elektromotorycznej generatora

$$\underline{E}'_{d} = U_{G} + \frac{Q_{G}X_{G}}{U_{G}} + j\frac{P_{G}X_{G}}{U_{G}} =$$
$$= 10 + \frac{55.8 \cdot 0.0667}{10} + j\frac{200 \cdot 0.0667}{10} = (10.4 + j1.33) = 10.5 \, e^{j \, 7.3^{\circ}} \, kV$$

4. Obliczenie kąta początkowego

$$\delta'_0 = \delta'_{E'_d U_S} + 9 = 7.3 + 13.9 = 21.2^\circ = 0.370 \text{ rad.}$$

5. Zastąpienie odbioru impedancją

$$\underline{Z}_{01} = \frac{U_G^2}{\underline{S}_1^*} = \frac{10^2}{50 - j\,37.5} = (1.28 + j\,0.96)\,\Omega$$

6. Obliczenie impedancji wzajemnej generator – sieć sztywna dla układu przed zwarciem

W celu obliczenia impedancji wzajemnej generator 1 – sieć sztywna musimy przekształcić gwiazdę złożoną z impedancji: jX_G , \underline{Z}_{o1} oraz $j(X_T + X_L)$ występującą w schemacie zastępczym na trójkąt.

$$\begin{split} \underline{Z}_{12} &= j X_{G} + j (X_{T} + X_{L}) + \frac{j X_{G} \cdot j (X_{T} + X_{L})}{\underline{Z}_{o1}} = \\ &= j 0.0667 + j (0.0367 + 0.124) + \frac{j 0.0667 \cdot j (0.0367 + 0.124)}{1.28 + j 0.96} = \end{split}$$

 $=(-0.0054 + j0.231)\Omega = 0.2315 e^{j91.3^{\circ}} \Omega$

7. Obliczenie impedancji własnej generatora dla układu przed zwarciem

$$\underline{Z}_{11} = jX_{G} + \frac{j(X_{T} + X_{L}) \cdot \underline{Z}_{o1}}{j(X_{T} + X_{L}) + \underline{Z}_{o1}} =$$

= j0.0667 + $\frac{j(0.0367 + 0.124) \cdot (1.28 + j0.96)}{j(0.0367 + 0.124) + (1.28 + j0.96)} =$
= (0.00114 + j0.2174) Ω = 0.2177 e^{j 87.0°} Ω

- 8. Obliczenie impedancji wzajemnej generator sieć sztywna dla układu podczas zwarcia Zwarcie występuje na drodze generator – sieć sztywna to $\underline{Z}_{12z} = \infty$.
- 9. Obliczenie impedancji własnej generatora dla układu podczas zwarcia

$$\underline{Z}_{11z} = jX_{G} + \frac{jX_{T} \cdot \underline{Z}_{01}}{jX_{T} + \underline{Z}_{01}} =$$

= j0.0667 + $\frac{j0.0367 \cdot (1.28 + j0.96)}{j0.0367 + (1.28 + j0.96)} =$
= (0.00066 + j0.1029) $\Omega = 0.1029 e^{j.89.6^{\circ}} \Omega$

- 10. Obliczenie impedancji wzajemnej generator sieć sztywna dla układu z wyłączoną linią Przerwa występuje na drodze generator – sieć sztywna to $\underline{Z}_{120} = \infty$.
- 11. Obliczenie impedancji własnej generatora dla układu z wyłączoną linią

$$\underline{Z}_{110} = jX_G + \underline{Z}_{01} = j0.0667 + 1.28 + j0.96 =$$
$$= (1.28 + j1.027)\Omega = 1.641e^{j 38.7^{\circ}}\Omega$$

12. Wyznaczenie charakterystyki mocy układu przed zwarciem

$$P' = \frac{(E'_d)^2}{Z_{11}} \sin \alpha_{11} + \frac{E'_d \cdot U_S^{10}}{Z_{12}} \sin(\delta'_{12} - \alpha_{12})$$

Ponieważ $\alpha_{12} = 1.3^{\circ}$ to pomijamy tę wielkość. Wtedy mamy:

$$P' = \frac{(E'_d)^2}{Z_{11}} \sin \alpha_{11} + \frac{E'_d \cdot U_S^{10}}{Z_{12}} \sin \delta'_{12} =$$

= $\frac{10.5^2}{0.2177} \sin 3^\circ + \frac{10.5 \cdot 10}{0.2315} \sin \delta'_{12} = 26.5 + 454 \sin \delta'_{12}$ MW

13. Wyznaczenie charakterystyki mocy układu podczas zwarcia

Ponieważ $\underline{Z}_{12z} = \infty$ to mamy:

$$P'' = \frac{(E'_d)^2}{Z_{11z}} \sin \alpha_{11z} = \frac{10.5^2}{0.1029} \sin 0.4^\circ = 7.48 \text{ MW}$$

14. Wyznaczenie charakterystyki mocy układu z wyłączoną linią

Ponieważ $\underline{Z}_{120} = \infty$ to mamy:

$$P''' = \frac{(E'_d)^2}{Z_{110}} \sin \alpha_{110} = \frac{10.5^2}{1.641} \sin 38.7^0 = 52.4 \text{ MW}$$

15. Charakterystyki mocy

W celu zobrazowania przebiegu zjawisk w tym zadaniu na rys. 7.18 pokazano charakterystyki mocy tego układu w wyżej wymienionych trzech stanach jego pracy.



Rys. 7.18 Charakterystyki mocy

16. Wyznaczenie kąta δ'_1

Z wzoru wyprowadzonego w zadaniu 2 możemy wyliczyć kąt δ'_1 .

$$\delta_1' - \delta_0' = \frac{P_G \omega_S t^2}{2 \cdot T_m \cdot S_{NG}}$$

$$\delta_1' = \delta_0' + \frac{(P_G - P'')\omega_S t^2}{2 \cdot T_m \cdot S_{NG}} = 0.37 + \frac{(200 - 7.48) \cdot 2 \cdot \Pi \cdot 50 \cdot 0.2^2}{2 \cdot 12 \cdot 300} = 0.706 \text{ rad.} = 40.5^{\circ}$$

17. Wyznaczenie kąta δ'_x

W celu wyznaczenia kąta δ'_x założymy, że wyznaczymy maksymalną jego wartość korzystając z metody równych pól.

$$S_{1} = (P_{G} - P'') \cdot (\delta'_{1} - \delta'_{0}) + (P_{G} - P''') \cdot (\delta'_{x} - \delta'_{1}) =$$

= (200 - 7.48) \cdot (0.706 - 0.37) + (200 - 52.4) \cdot (\delta'_{x} - 0.706) =
= -39.51 + 147.6 \cdot \delta'_{x}

$$S_{2} = \int_{\delta'_{x}}^{\Pi - \delta'_{0}} (26.5 + 454 \sin \delta') d\delta' - P_{G} \cdot (\Pi - \delta'_{0} - \delta'_{x}) =$$

= 26.5(\Pi - 0.37) - 26.5\delta'_{x} + 454 \cos \delta'_{x} - 454 \cos (\Pi - 0.37) - 200(\Pi - 0.37) + 200\delta'_{x} =
= 454 \cos \delta'_{x} + 173.5\delta'_{x} - 57.57

 $S_1\!\!=\!\!S_2$

$$-39.51 + 147.6 \cdot \delta'_{x} = 454 \cos \delta'_{x} + 173.5\delta'_{x} - 57.57$$

 $454\cos{\delta'_x} + 25.9\delta'_x - 18.06 = 0$

Równanie powyższe można rozwiązać metodą iteracyjną. W wyniku jej zastosowania mamy, że $\delta'_x = 93^\circ = 1.623$ rad.

18. Obliczenie maksymalnego czasu przerwy beznapięciowej

$$t_{mx} = \sqrt{\frac{2 \cdot T_m \cdot S_{NG} \cdot (\delta'_x - \delta'_1)}{(P_G - P'') \cdot \omega_S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \cdot 300 \cdot (1.623 - 0.706)}{(200 - 52.4) \cdot 2 \cdot \Pi \cdot 50}} = 0.377 \text{ s}$$

Równowaga układu jest zachowana, ponieważ $t_{mx} = 0.377 \text{ s} > t_p = 0.25 \text{ s}$.