

## 5. KRYTERIA NAPIĘCIOWE WYZNACZANIA STABILNOŚCI LOKALNEJ

Kryterium  $\frac{dP}{d\delta}$  zakłada, że odbiory są modelowane stałą impedancją a nie rzeczywistymi charakterystykami odbiorów. Nie pokazuje to pewnych zjawisk fizycznych związanych z przepływem mocy. Rozważmy bardzo prosty układ jak na rys. 5.1.



Rys. 5.1 Schemat prostego układu przesyłowego

Celem naszym będzie określenie zależności pomiędzy napięciem na końcu linii a obciążeniem. W tym celu założymy, że generator utrzymuje stałe napięcie na szynach A tzn.  $U_A = \text{const.}$ , a na szynach B możemy dołączać kolejne odbiorniki o stałej w funkcji częstotliwości mocy. Moc odbieraną z szyn B wynosi:

$$\underline{S}_o = P_o + jQ_o = P_o(1 + j\beta) \quad (5.1)$$

przy czym:

$$\beta = \frac{Q_o}{P_o} = \tan \varphi \quad (5.2)$$

Z drugiej strony moce czynna i bierna odbierane z szyn B można wyrazić w funkcji napięć, reaktancji linii (przy pominięciu rezystancji) oraz kąta pomiędzy napięciami:

$$P_o = \frac{U_A U_B}{X} \sin \delta_{12} \quad (5.3)$$

$$Q_o = -\frac{U_B^2}{X} + \frac{U_A U_B}{X} \cos \delta_{12} \quad (5.4)$$

Wykorzystując, że:

$$(\sin \delta)^2 + (\cos \delta)^2 = 1 \quad (5.5)$$

mamy:

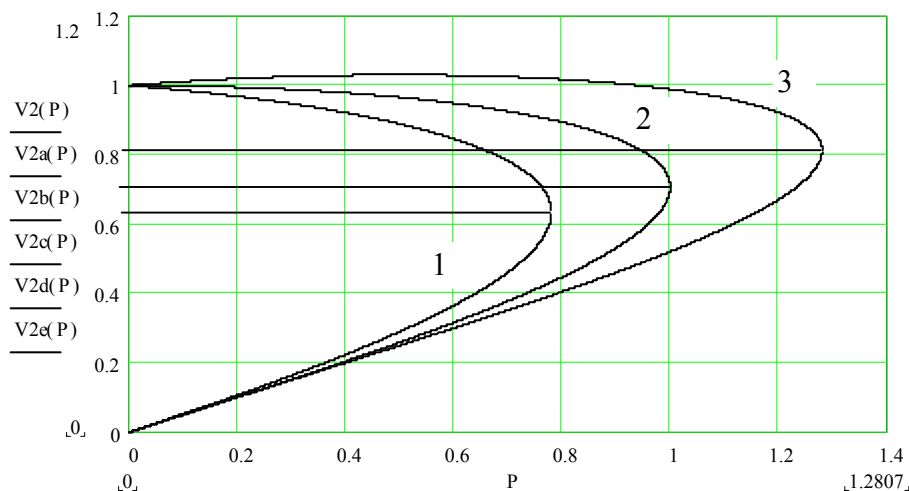
$$\left( \frac{P_o X}{U_A U_B} \right)^2 + \left( \frac{Q_o X + (U_B)^2}{U_A U_B} \right)^2 = 1 \quad (5.6)$$

Po dalszych przekształceniach otrzymujemy:

$$(P_0 X)^2 + (P_0 \beta X + U_B)^2 = (U_A U_B)^2 \quad (5.7)$$

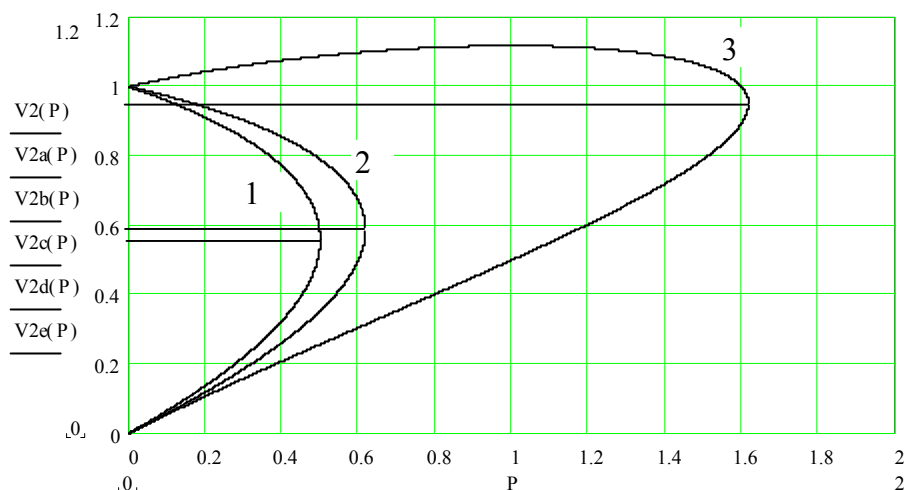
$$(U_B)^4 + (2 P_0 \beta X - U_A^2)(U_B)^2 + (1 + \beta^2)P_0^2 X^2 = 0 \quad (5.8)$$

Powyższe równanie jest równaniem dwukwadratowym względem napięcia na szynach B można je rozwiązać analitycznie. Zależność napięcia  $U_B$  od mocy  $P_0$  przedstawia rys. 5.2 i 5.3.



Rys.5.2 Zależność napięcia  $U_B$  od mocy  $P_0$  dla:

- 1 -  $\cos \varphi = 0.97$  ind. ,
- 2 -  $\cos \varphi = 1.0$  ,
- 3 -  $\cos \varphi = 0.97$  poj.



Rys. 5.3 Zależność napięcia  $U_B$  od mocy  $P_0$  dla:

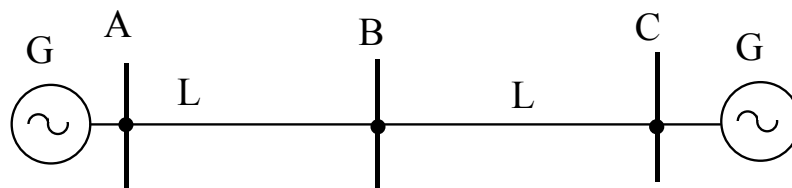
- 1 -  $\cos \varphi = 0.8$  ind. ,
- 2 -  $\cos \varphi = 0.9$  ind. ,
- 3 -  $\cos \varphi = 0.9$  poj.

Z rysunków tych wynika, że istnieje pewna moc maksymalna jaką możemy przesłać w również w układzie promieniowym w przypadku gdy nasze odbiory mają charakterystyki różne od kwadratowej. Liniami poziomymi zaznaczono napięcia przy których występuje przepływ mocy maksymalnej. Napięcia te nazywamy napięciem krytycznym. Jeżeli moc osiągnie swoją wartość maksymalną to jakiegokolwiek zakłócenie powoduje całkowite załamanie się napięcia, w końcu będzie ono równe zero. Zjawisko to nazywamy lawiną napięcia. Przypomnijmy, że krzywe na rys. 5.2 i 5.3 zostały wykreślone przy założeniu stałej odbieranej mocy czynnej i biernej. Zmiana charakterystyk napięciowych odbiorów spowoduje zmianę tych krzywych. Dla odbiorów o kwadratowej charakterystyce (odbiorów impedancyjnych) zjawisko to nie wystąpi. W oparciu o powyższe wykresy dla obciążenia indukcyjnego można sformułować kryterium stabilności napięciowej, a mianowicie:

$$\frac{dP}{dU} < 0 \Rightarrow \text{stabilny} \quad (5.9)$$

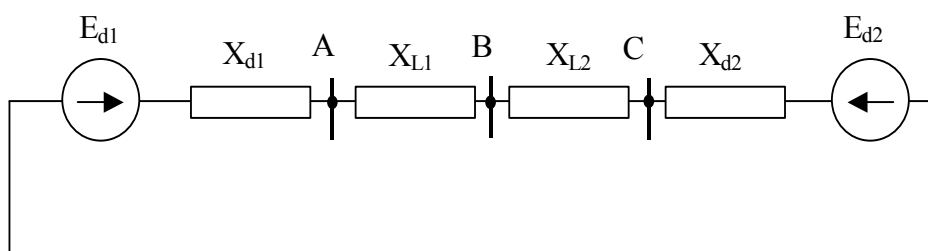
$$\frac{dP}{dU} \geq 0 \Rightarrow \text{niestabilny} \quad (5.10)$$

W ramach tego kryterium rozważmy układ dwumaszynowy jak na rys. 5.4.

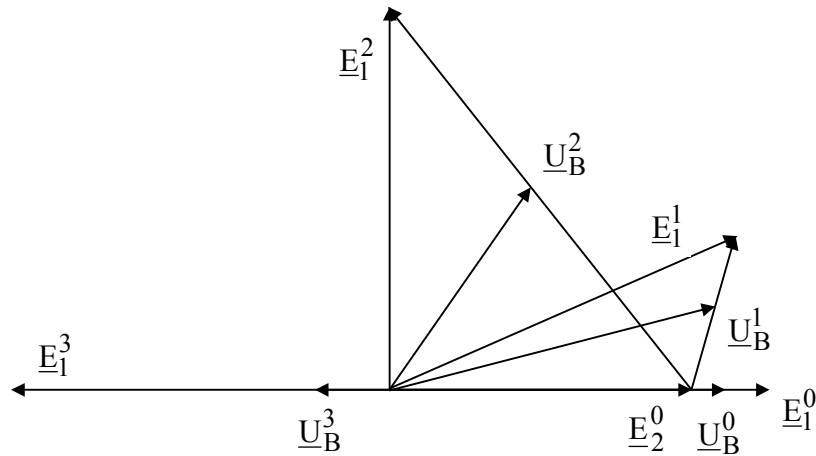


Rys. 5.4 Schemat prostego układu przesyłowego

Schemat zastępczy jest na rys. 5.5. Dla tej sieci narysujemy wykres wskazowy dla kilku położeń napięć (rys. 5.6).

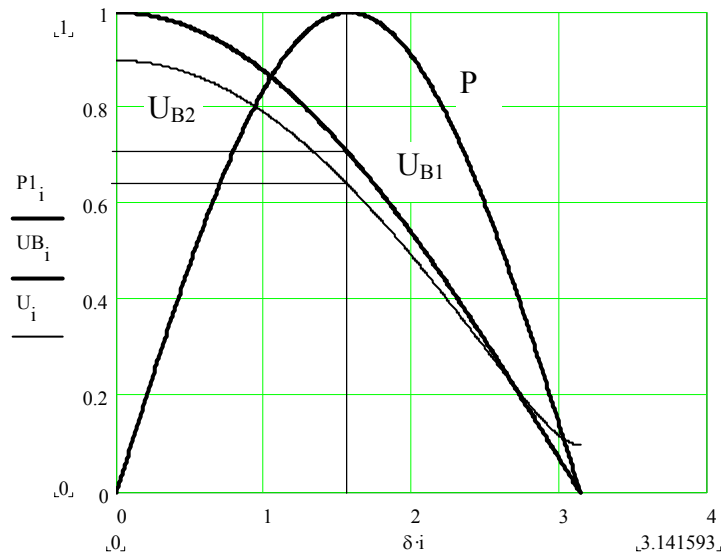


Rys. 5.5 Schemat prostego układu przesyłowego



Rys. 5.6 Wykres wskazowy prostego układu przesyłowego

Przebieg mocy czynnej i napięcia  $U_B$  w zależności od kąta rozchylenia wektorów napięć przedstawia poniższy wykres.

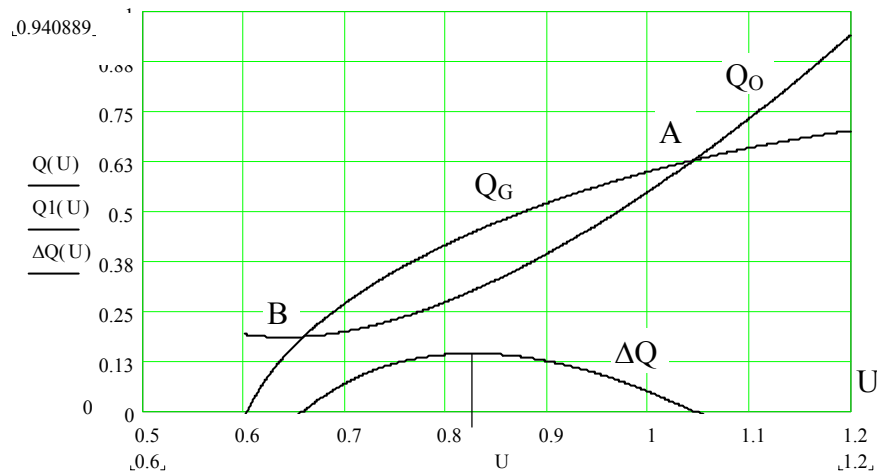


Rys. 5.7 Przebieg mocy i napięcia w funkcji kąta, kiedy obie siły elektromotoryczne są jednakowe  $U_{B1}$  oraz różne  $U_{B2}$

Powyższy wykres potwierdza warunki stabilności napięciowej opisane równaniami (5.9) i (5.10).

Jeżeli  $E_1=E_2$  i  $\delta=90^\circ$ , to  $U_{kr} = \frac{E_1}{\sqrt{2}}$ .

Dotychczasowe rozważania uwzględniały dobrze straty sieciowe, lecz nie uwzględniały charakterystyk napięciowych odbioru. Na jednym wykresie porównajmy charakterystykę mocy biernej pobieranej przez odbiór i charakterystykę mocy biernej wytwarzanej przez generator w funkcji napięcia w węzle – rys. 5.8.



Rys. 5.8 Zależność mocy generatora i odbiorów od napięcia

Rozważmy zachowanie się układu podczas pracy w jednym z dwóch punktów pracy – punktu A lub B, gdzie moc bierna odbioru jest równa mocy biernej źródła.

Praca w punkcie A:

- 1) Zmniejszenie napięcia o  $\Delta U$  powoduje, że  $Q_G$  rośnie, a  $Q_o$  maleje (patrz rys. 5.8), czyli  $Q_G > Q_o$  a to pociągnie wzrost napięcia i powrót do punktu równowagi A.
- 2) Zwiększenie napięcia o  $\Delta U$  powoduje, że  $Q_G$  maleje, a  $Q_o$  rośnie, co pociąga za sobą spadek napięcia i powrót do punktu równowagi.

Praca w punkcie B:

1. Obniżenie napięcia o  $\Delta U$  powoduje, że  $Q_G$  maleje, a  $Q_o$  rośnie, co pociąga dalszy spadek napięcia itd.. Układ odchodzi od punktu równowagi przy stale malejącym napięciu. Zjawisko to nazywamy lawiną napięcia. Napięcie, przy którym  $\frac{dQ}{dU} = 0$  nazywamy napięciem krytycznym.

Zjawisko to jest szczególnie niebezpieczne, gdy odbiorami są silniki asynchroniczne. Lawina częstotliwości spowoduje zatrzymanie się silników a to gwałtowny wzrost zapotrzebowania na moc bierną, co pogłębi spadki napięć i może spowodować zmianę (lawinę) napięcia w innym sąsiednim węźle.

2. Zwiększenie napięcia o  $\Delta U$  powoduje, że  $Q_G$  rośnie a  $Q_o$  maleje, co pociąga za sobą dalszy wzrost napięcia i powrót do punktu równowagi A.

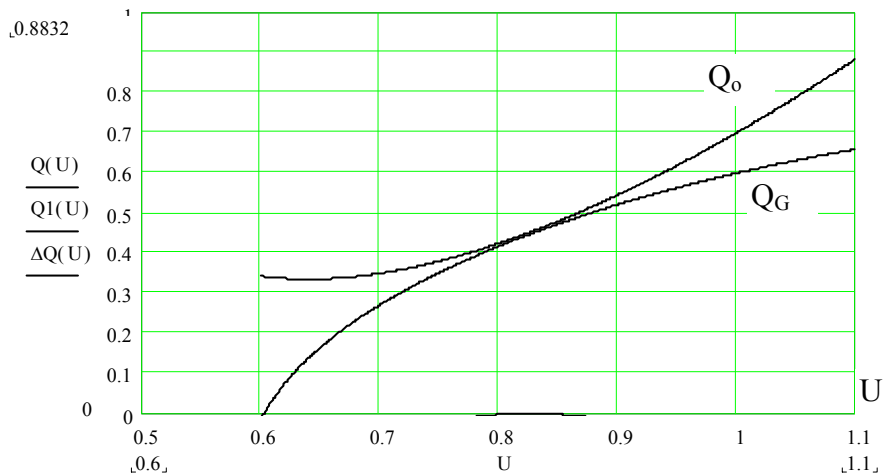
Z rozważań tych wynika, że punkt A jest punktem pracy stabilnej zaś punkt B jest punktem pracy niestabilnej. Rozważmy dwie wielkości:  $\Delta Q = Q_G - Q_o$  oraz  $\Delta U$ . Dla punktu A mamy:

$$\frac{d\Delta Q}{d\Delta U} < 0 \Rightarrow \text{stabilna} \quad (5.11)$$

$$\frac{d\Delta Q}{d\Delta U} > 0 \Rightarrow \text{niestabilna} \quad (5.12)$$

$$\frac{d\Delta Q}{d\Delta U} = 0 \Rightarrow \text{granica stabilności} \quad (5.13)$$

Zdefiniowaliśmy nowe kryterium stabilności napięciowej węzła. Dołączenie nowego odbioru powoduje, że charakterystyka odbioru porusza się ku górze. W pewnym momencie dochodzimy do sytuacji, że jest tylko jeden punkt przecięcia się obu charakterystyk a  $\Delta Q = 0$  (rys. 5.9). Jest to punkt niestabilny a dalsze powiększenie mocy biernej odbieranej powoduje trwałą utratę stabilności.



Rys. 5.9 Zależność mocy generatora i odbiorów od napięcia

Założymy, że moc bierna odbierana zależy w kwadracie od napięcia a czynna ma charakterystykę liniową:

$$Q_o = \zeta(\alpha_2 U^2 + \alpha_1 U + \alpha_o) \quad (5.14)$$

$$P_o = \zeta(\beta_1 U) \quad (5.15)$$

gdzie:

$\zeta$  - współczynnik zwiększający obciążenie (jednakowy dla P i Q).

Moc bierna produkowana przez generator wyraża się znanym wzorem:

$$Q_G = \sqrt{\frac{(EU)^2}{X^2} - P^2} - \frac{U^2}{X} \quad (5.16)$$

to w punkcie równowagi A mamy stan początkowy:

$$\sqrt{\left(\frac{EU}{X}\right)^2 - (\zeta\beta_1 U)^2} - \frac{U^2}{X} = \zeta(\alpha_2 U^2 + \alpha_1 U + \alpha_o) \quad (5.17)$$

Rozważając stan dla napięcia krytycznego mamy:

$$U_k \sqrt{\frac{E^2}{X^2} - \zeta^2 \beta_1^2} - \frac{U_k^2}{X} = \zeta(\alpha_2 U_k^2 + \alpha_1 U_k + \alpha_o) \quad (5.18)$$

W punkcie równowagi można napisać, że:

$$\frac{dQ_G}{dU_k} = \frac{dQ_o}{dU_k} \quad (5.19)$$

Po zróżniczkowaniu otrzymujemy:

$$\sqrt{\frac{E^2}{X^2} - \zeta^2 \beta_1^2} - 2 \frac{U_k}{X} = \zeta(2\alpha_2 U_k - \alpha_1) \quad (5.20)$$

Z tego równania wyznaczamy napięcie krytyczne:

$$U_k = \frac{\sqrt{\frac{E^2}{X^2} - \zeta^2 \beta^2} + \alpha_1 \zeta}{2\left(\alpha_2 \zeta + \frac{1}{X}\right)} \quad (5.21)$$

Rozważanie te zilustrujemy przykładem. Dane:

$$U_N = 220 \text{ kV} \quad P_o = \zeta 0,682 \text{ U} \quad Q_o = \zeta (0,0122 \text{ U}^2 - 4,318 \text{ U} + 460)$$

$$E = 251 \text{ kV} \quad X = 85 \text{ } \Omega \quad \zeta = 1$$

Po podstawieniu tych wielkości do wzoru (5.21) otrzymujemy:

$$U_k = 208 \text{ kV}$$

Przy zwiększeniu  $\zeta$  do  $\zeta = 1,66$  otrzymujemy  $U_k$ :

$$U_k = 154,5 \text{ kV}$$