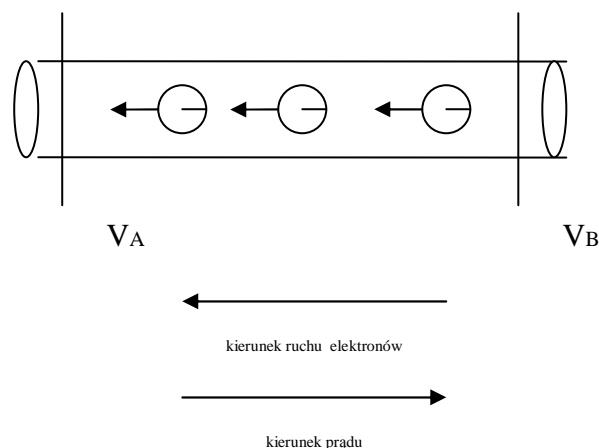


Zestaw parametrów i jednostek stosowanych w elektrotechnice

Prądem elektrycznym nazywamy uporządkowany ruch ładunków elektrycznych. Przepływ ładunków elektrycznych występuje najczęściej w przewodniku. Przewodniki są to ciała, przez które może przepływać prąd elektryczny zwany prądem przewodzenia. Dzieli się je na dwie klasy. Przewodnikami I klasy są wszystkie metale. Mechanizm przewodzenia prądu w metalach polega na uporządkowanym ruchu elektronów pod wpływem przyłożonego pola elektrycznego, stanowiący prąd elektryczny. Elektrony dążą do przemieszczania się w kierunku punktów pola o wyższym potencjale jednak przyjęto, że kierunek prądu jest ruchem umownych ładunków dodatnich od potencjału wyższego do niższego.



Parametry prądu stałego

Napięcie elektryczne – jest to różnica potencjałów między dwoma punktami obwodu elektrycznego mierzona w Voltach. $U = V_A - V_B$ [V].

Natężenie prądu elektrycznego – ilość ładunku elektrycznego przepływającego przez przewodnik o danym przekroju w jednostce czasu.

$$I = \frac{Q}{t} \text{ gdzie } Q\text{- ładunek a } t\text{- czas.}$$

Jednostką natężenia prądu jest 1 amper (1 A). 1 amper jest to natężenie prądu, który pod wpływem różnicy potencjału (czyli napięcia) 1V przenosi ładunek elektryczny 1 C (kulomb) w czasie 1 sekundy.

Ładunek elektryczny – określona liczba ładunków elementarnych $Q = n * e$. Mierzony w kulombach (1C). Kulomb (1C) jest ładunkiem elektrycznym przenoszonym w ciągu 1 sekundy przez prąd 1A.

$1C = 1A * 1s = 1As$ (amper sekunda).

Siła elektromotoryczna (SEM) – wewnętrzne napięcie źródła spowodowane przemianą jakiejś formy energii na energię elektryczną, zdolne do wymuszenia przepływu prądu. Najczęściej jest to przetworzenie energii mechanicznej lub chemicznej na elektryczną.

Moc i praca prądu elektrycznego – Ładunek elektryczny Q, przepływający pod wpływem różnicy potencjałów $U = V_A - V_B$ wykonuje pracę określoną wzorem: $A = Q * U$. Jednostką pracy (energii) elektrycznej jest jeden dżul (1J). Jest to praca wykonana przez ładunek równy jednemu kulombowi ($1C = 1A * 1s$) pod wpływem różnicy potencjałów równej 1V:

$$1J = 1C * 1V = 1V * 1A * 1s.$$

Moc prądu elektrycznego – praca wykonana w jednostce czasu.

$$P = \frac{A}{t} = \frac{Q * U}{t} = I * U = U * I [W]$$

Jednostką mocy jest jeden wat (1W): $1W = 1V * 1A$.

Przy przepływie prądu przez przewodnik o oporze R następuje zamiana energii elektrycznej na energię ciepłą. Moc można wyrazić: $P = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 \cdot R$.

Energia elektryczna zamieniana na energię ciepłą może być wyrażona jednym ze wzorów:

$$A = P \cdot t = U \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t.$$

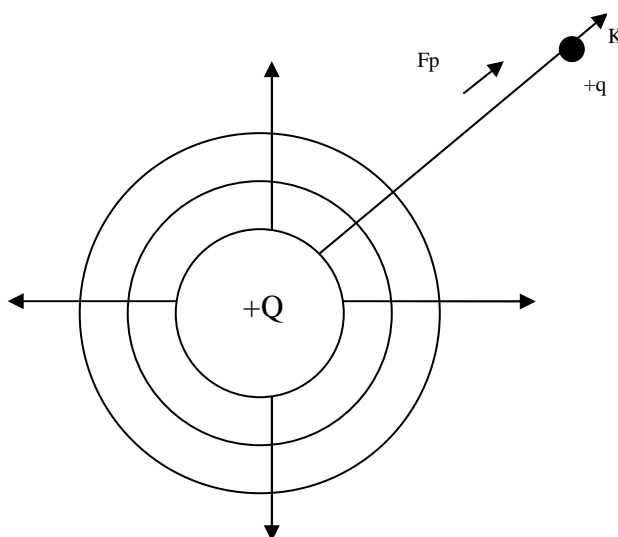
W praktyce używa się jednostek:

$$\begin{aligned} \text{kilowatogodzina} &- 1kWh = 3,6 \cdot 10^6 J, \\ \text{megawatogodzina} &- 1MWh = 3,6 \cdot 10^9 J. \end{aligned}$$

Parametry pola elektrycznego

Natężeniem pola elektrycznego w pewnym punkcie tego pola nazywamy stosunek siły F_p z jaką to pole działa na ładunek elementarny umieszczony w tym punkcie, do wartości tego

ładunku. $\vec{K} = \frac{\vec{F}_p}{q}$, wymiarem natężenia pola elektrycznego jest $1K = 1 \frac{V}{m}$.



Indukcja elektryczna – gęstość strumienia elektrycznego, określona liczbą linii pola elektrycznego przypadającą na jednostkę powierzchni:

$$D = \frac{dQ}{dS}, \text{ dla pola równomiernego } D = \frac{Q}{S}, \text{ jednostka } 1D = \frac{1C}{1m^2}.$$

Strumień elektryczny (dielektryczny) - suma wszystkich linii sił pola elektrycznego przechodzącego przez daną powierzchnię (lub przekrój S).

Współczynnik przenikalności elektrycznej środowiska (ϵ) - pomiędzy gęstością linii sił pola elektrycznego D a natężeniem pola elektrycznego K istnieje związek wyrażony wzorem:

$$D = \epsilon \cdot K \text{ stąd } \epsilon = \frac{D}{K} = \epsilon_o \cdot \epsilon_r$$

ϵ_o – przenikalność elektryczna próżni o wartości $= 8,86 \cdot 10^{-12} K/m$,

ϵ_r – przenikalność elektryczna względna (liczba niemianowana), wyrażająca stosunek przenikalności elektrycznej danego ciała do przenikalności elektrycznej próżni.

Pojemność elektryczna (C) – stosunek ładunku Q, znajdującego się na przewodniku, do wywołanego przez ten ładunek potencjału V jest dla danego przewodnika wielkością stałą zwaną pojemnością elektryczną C:

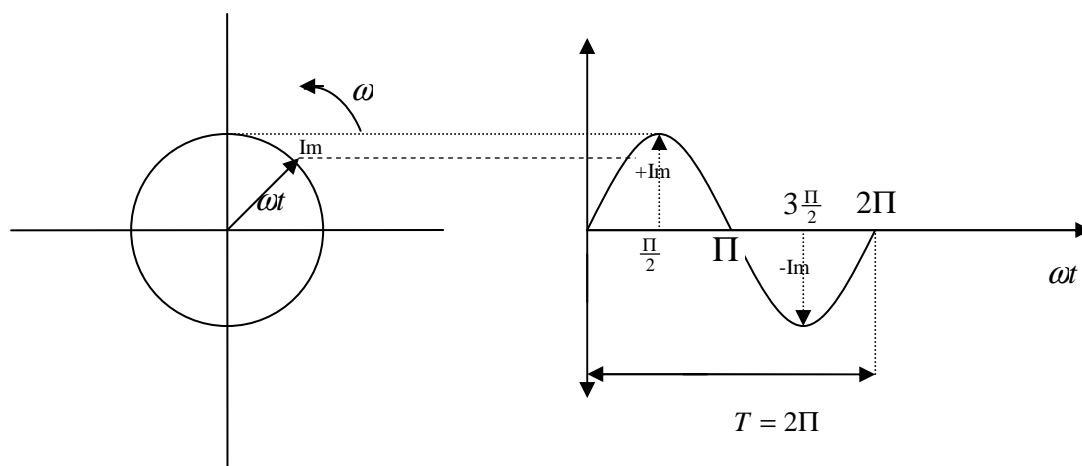
$$C = \frac{Q}{V}$$

Jednostką pojemności elektrycznej jest farad (F) to jest pojemność takiego przewodnika, w którym ładunek 1 kulomba wywołuje potencjał 1 wolta $1F = \frac{1C}{1V}$.

Podstawowe parametry prądu przemiennego

Okres danej wielkości fizycznej (T) – najmniejszy przedział czasu, po którym przebieg wielkości fizycznej powtarza się w identyczny sposób (np. prąd fali sinusoidalnej).

$$i = I_m \sin \omega t$$



$$t=T, \alpha = \omega t = \omega T = 2\Pi \text{ stąd } \omega = 2\Pi \cdot \frac{1}{T}$$

Częstotliwość prądu – odwrotność okresu, określa ile razy dany przebieg okresowy powtarza się w jednostce czasu.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\Pi} \text{ gdzie } \omega - \text{ prędkość kątowa lub pulsacja prądu.}$$

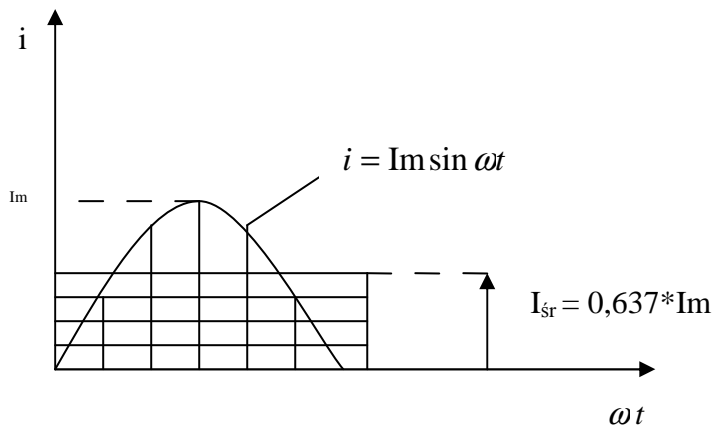
Wartość średnia prądu przemiennego – wartość zastępczego prądu stałego, który w ciągu połowy okresu (T) przenosi ten sam ładunek elektryczny co prąd przemienny.

$$\text{prąd zmienny } i = \frac{dq}{dt} \text{ stąd } dq = idt, \text{ w czasie } T/2 \quad Q_{T/2} = \int_0^{T/2} idt$$

$$\text{prąd stały } Q_{T/2} = I_{sr} \cdot \frac{T}{2}$$

$$\text{stąd ogólny wzór na wartość średnią } I_{sr} = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{T/2} idt$$

$$\text{dla prądu sinusoidalnego } i = I_m \sin \omega t \text{ stąd } I_{sr} = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2}{\Pi} I_m \cong 0,637 \cdot I_m$$



Wartość skuteczna prądu przemiennego – jest to wartość zastępczego prądu stałego, równoważnego prądowi przemiennemu pod względem przenoszonej energii elektrycznej.

Dla odbiornika rezystancyjnego (R):

$$A = P \cdot t = i^2 \cdot R \cdot t$$

$$dA = i^2 \cdot R \cdot dt$$

prąd przemienny w ciągu okresu T przenosi energię:

$$A_T = \int_0^T i^2 R dt$$

prąd stały:

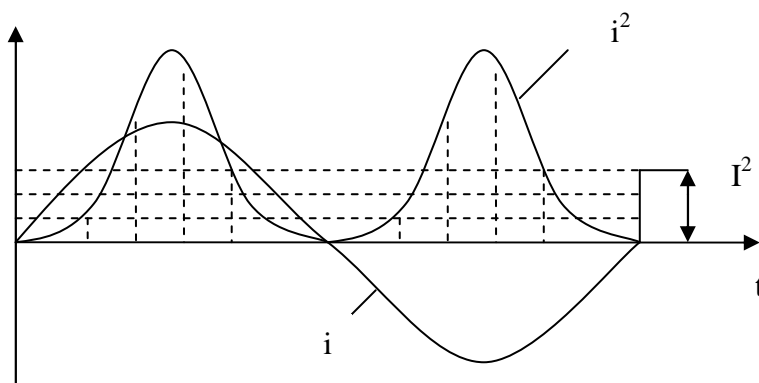
$$A_T = I^2 R T$$

stąd wzór na wartość skuteczną prądu o dowolnym przebiegu wynosi:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

dla prądu sinusoidalnego należy we wzorze podstawić $i = I_m \sin \omega t$ z czego wynika:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cong 0,707 \cdot I_m$$



Pole pod krzywą i^2 , proporcjonalne do energii przenoszonej przez prąd przemienny, jest równe polu prostokąta o wysokości I^2 , równej kwadratowi wartości skutecznej prądu przemiennego. Należy dodać, iż mierniki elektryczne pokazują właśnie wartość skuteczną prądu przemiennego.

Moc prądu przemiennego dla odbiornika rezystancyjnego

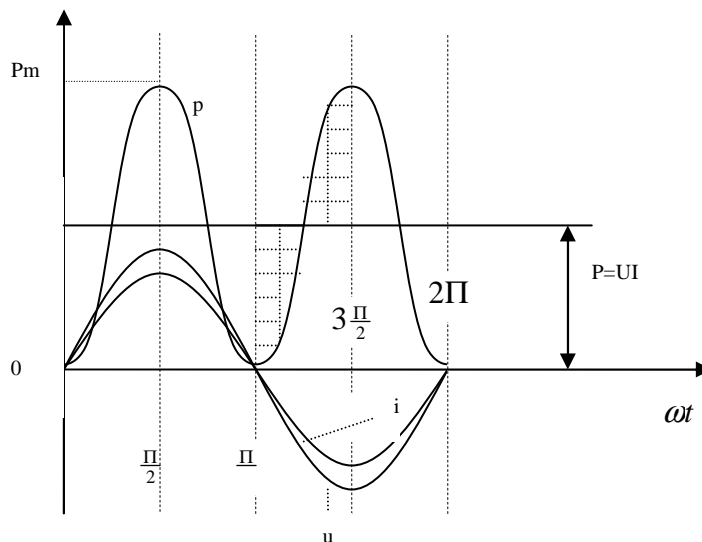
Dla odbiornika rezystancyjnego prąd jest w fazie z napięciem, wartości chwilowe u i i są wyrażone wzorami:

$$u = U_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin \omega t$$

stąd wartość chwilowa mocy wyraża się wzorem:

$$u = U_m \sin^2 \omega t = P_m \sin^2 \omega t \text{ gdzie moc maksymalna } P_m = U_m \cdot I_m$$



Jak widać z rysunku krzywa p przebiega cały czas nad osią rzędnych, tzn. moc p jest zawsze dodatnia, niezależnie od kierunku prądu, a więc w obu półokresach przepływa od źródła prądu do odbiornika. Energia pobierana przez odbiornik w ciągu jednego okresu jest wyrażona wzorem:

$$A_T = \int_0^T p dt$$

Wartość tej energii jest proporcjonalna do pod krzywą p . Pole to można zastąpić przez pole równoważnego prostokąta o wysokości P , dla którego:

$$A_T = PT$$

gdzie P - jest wartością średnią mocy pobieranej przez odbiornik w ciągu okresu. Jak wynika z rysunku moc średnia P jest równa połowie mocy maksymalnej P_m :

$$P = \frac{P_m}{2}$$

stąd:

$$P = \frac{P_m}{2} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

biorąc pod uwagę, że wartość maksymalna prądu lub napięcia o przebiegu sinusoidalnym podzielona przez $\sqrt{2}$ jest równa wartości skutecznej:

$$P = UI.$$

Otrzymany wzór jest identyczny ze wzorem wyrażającym moc prądu stałego.

Moc prądu przemiennego P pomnożona przez czas jest energią elektryczną, przenoszoną w tym czasie przez prąd. Jednostką mocy jest *wat*, jednostką energii elektrycznej jest *watosekunda*, czyli *dżul* (1J).

Reaktancja indukcyjna i reaktancja pojemnościowa – Odbiornik rezystancyjny zachowuje się identycznie w obwodzie zasilanym prądem stałym i przemiennym. Odbiorniki indukcyjne

i pojemnościowe zachowują się inaczej. W obwodzie z prądem przemiennym na odbiorniku indukcyjnym powstaje tzw. opór bierny indukcyjny zwany też reaktancją indukcyjną. wzór na reaktancję jest następujący:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL,$$

Reaktancja indukcyjna jest więc zależna od częstotliwości f prądu. Gdy częstotliwość rośnie, rośnie także reaktancja.

Podobnie na odbiorniku pojemnościowym powstaje tzw. opór bierny pojemnościowy lub inaczej reaktancja pojemnościowa. Wzór jest następujący:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}.$$

Jak wynika ze wzoru reaktancja pojemnościowa jest również zależna od częstotliwości prądu. W tym przypadku jednak wzrost częstotliwości powoduje spadek reaktancji pojemnościowej.

Wymiary obydwu reaktancji są następujące:

$$[X_L] = [\omega] \cdot [L] = 1 \frac{H}{s} = 1 \frac{\Omega \cdot s}{s} = 1\Omega - \text{reaktancja indukcyjna,}$$

$$[X_C] = \frac{1}{[\omega] \cdot [C]} = 1 \frac{s}{F} = 1 \frac{\Omega \cdot s}{s} = 1\Omega - \text{reaktancja pojemnościowa.}$$

Reaktancje są zatem mierzone tak jak i rezystancja w omach.

Indukcyjność – współczynnik proporcjonalności między prądem a strumieniem magnetycznym, wytworzonym przez ten prąd. Mierzone w henrach:

$$1H = 1 \frac{V \cdot s}{A} = 1\Omega \cdot s.$$

Parametry pola magnetycznego

Przepływ prądu przez przewodnik powoduje powstanie wokół przewodnika pola magnetycznego. Linie sił pola magnetycznego wokół prostego przewodnika z prądem mają kształt kół koncentrycznych, obejmujących przewodnik. Dla zwiększenia gęstości linii sił wykonuje się zwoje, które ułożone obok siebie tworzą uzwojenie, zwane zwojnicą lub cewką. Wszystkie linie sił przechodzące przez środek zwoju lub zwojnicy tworzą strumień magnetyczny, którego wartość zależy od natężenia prądu I płynącego przez przewodnik i liczby zwojów z zwojnicy. Iloczyn Iz nosi nazwę przepływu uzwojenia Θ :

$$\Theta = Iz - \text{jednostką jest amper.}$$

Indukcja magnetyczna – (gęstość) jest to liczba linii pola przypadająca na jednostkę powierzchni:

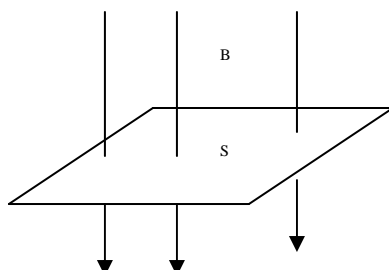
$$B = \frac{d\phi}{dS} \text{ jednostką indukcji jest tesla } \left[1 \frac{V \cdot s}{m^2} \right] = 1T(\text{tesla})$$

Strumień magnetyczny Φ - wszystkie linie sił przechodzące przez daną powierzchnię S prostopadłą do linii sił tworzą strumień magnetyczny określony wzorem:

$$\Phi = \int B dS$$

W przypadku równomiernego pola magnetycznego strumień magnetyczny jest iloczynem indukcji magnetycznej przez powierzchnię prostopadłą do linii sił pola:

$$\Phi = BS \text{ a jednostką jest weber } [1V \cdot s] = 1Wb$$



Natężenie pola magnetycznego H – wyraża intensywność lub siłę z jaką działa pole magnetyczne na „umowny” biegun dodatni umieszczony w tym polu. W przypadku pola cewki jest to stosunek napięcia magnetycznego (SMM) przypadającego na jednostkę długości linii pola magnetycznego:

$$H = \frac{i \cdot z}{l}$$

Jednostką natężenia jest A./m.

Zależność między indukcją magnetyczną B a natężeniem pola magnetycznego H jest określona wzorem:

$$B = \mu H$$

gdzie: μ - współczynnik proporcjonalności, zwany przenikalnością magnetyczną.

Współczynnik ten jest liczbą mianowaną. Wymiar przenikalności magnetycznej:

$$1\mu = 1 \frac{V \cdot s}{A \cdot m} = 1 \frac{\Omega \cdot s}{m} = 1 \frac{H}{m} \text{ gdzie } H \text{ to jednostka zwana henrem.}$$

Przenikalność magnetyczna jest iloczynem dwóch wielkości:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

gdzie:

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni; jej wartość $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$

μ_r - przenikalność magnetyczna względna, która jest stosunkiem przenikalności magnetycznej danego ciała do przenikalności magnetycznej próżni.

Natężenie pola magnetycznego nie zależy od przenikalności magnetycznej środowiska.

Pod względem magnetycznym wszystkie ciała występujące w przyrodzie, dzielimy na ciała:

- diamagnetyczne - $\mu_r < 1$,
- paramagnetyczne - $\mu_r > 1$,
- ferromagnetyczne - $\mu_r \gg 1$.

Podstawowe prawa: Ohma oraz I i II prawo Kirchhoffa – zastosowanie

Prawo Ohma wyraża zależność między natężeniem prądu, napięciem i oporem. Stwierdza ono, iż natężenie prądu płynącego przez jakiś element obwodu jest wprost proporcjonalne do różnicy potencjałów na nim występującej. Prawo Ohma najczęściej zapisuje się w postaci:

$$U = IR$$

Przez literę R oznacza się rezystancję mierzoną w omach (Ω). Z powyższego wzoru wynika, że różnica potencjałów równa 1V wywołuje przepływ prądu 1A w obwodzie o rezystancji 1 Ω . Wzór można zapisać jeszcze dwoma sposobami:

$$I = \frac{U}{R}$$

$$R = \frac{U}{I}$$

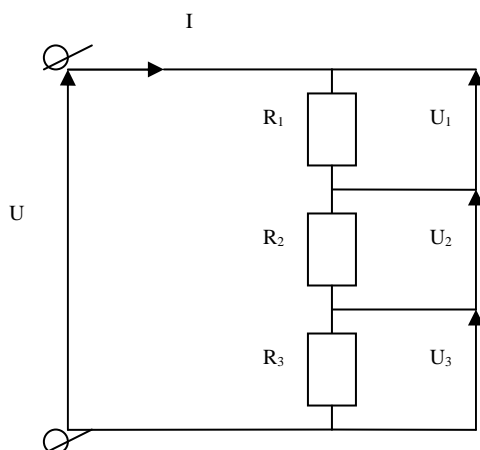
Pierwsze prawo Kirchhoffa odnosi się do punktów rozgałęzień obwodu zwanych węzłami i mówi: suma prądów dopływających do węzła równa się sumie prądów odpływających, tzn. algebraiczna suma prądów w węźle równa się zeru:

$$\Sigma I = 0$$

Drugie prawo Kirchoffa odnosi się do obwodów zamkniętych, zwanych oczkami i mówi: w każdym obwodzie zamkniętym algebraiczna suma sił elektromotorycznych równa się algebraicznej sumie spadków napięć:

$$\Sigma E = \Sigma RI .$$

Te trzy podstawowe prawa elektrotechniki stosuje się przy obliczaniu obwodów liniowych. Obliczanie obwodów pasywnych tzn. składających się z samych rezystancji w rozmaitych układach połączeń, polega na sprowadzeniu złożonego obwodu do obwodu elementarnego, zawierającego tylko jedną rezystancję zastępczą. Rozróżnia się dwa zasadnicze sposoby łączenia oporów : szeregowo i równoległe.



Przyłączeniu szeregowym (jak wyżej) identyczny prąd I przepływa przez wszystkie opory, natomiast spadki napięć są na każdym rezystorze inne:

$$U_1 = R_1 I, \quad U_2 = R_2 I, \quad U_3 = R_3 I$$

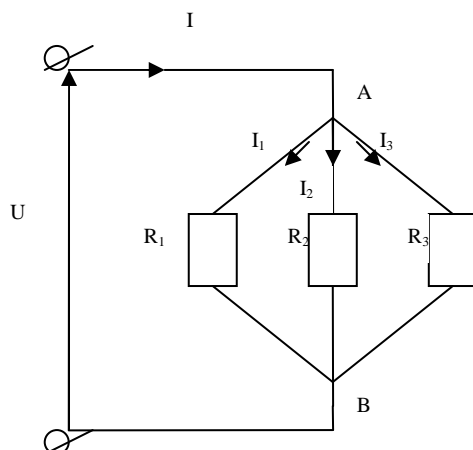
Suma spadków napięć równa się napięciu zasilającemu:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = (R_1 + R_2 + R_3)I = R_z I,$$

gdzie: R_z – opór zastępczy.

Przyłączeniu szeregowym opór zastępczy równa się sumie oporów składowych:

$$R_z = \Sigma R.$$



Przyłączeniu równoległym (jak wyżej) prąd rozgałęzia się w węzłach A i B obwodu. Natężenie prądu w poszczególnych gałęziach równa się:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3}.$$

Zgodnie z pierwszym prawem Kirchoffa suma prądów odpływających z węzła (I_1, I_2, I_3) równa się prądowi dopływającemu I:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} = \frac{U}{R_z},$$

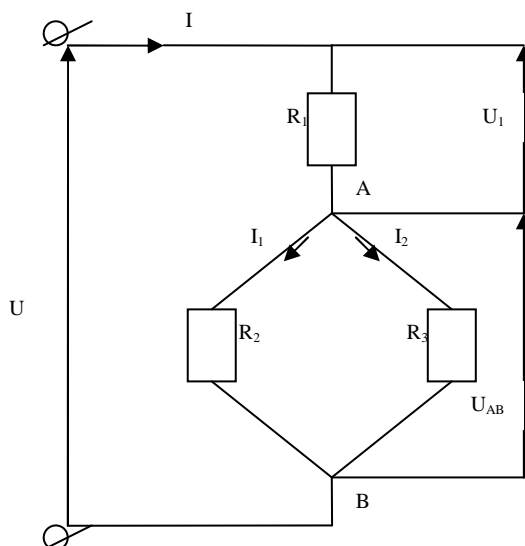
gdzie R_z – opór zastępczy.

Przyłączeniu równoległym odwrotności oporu zastępczego jest równa sumie odwrotności oporów składowych:

$$\frac{1}{R_z} = \sum \frac{1}{R}.$$

Jeśli obwód pasywny stanowi układ mieszany szeregowo – równoległy to obliczanie obwodu polega na kolejnym upraszczaniu, aż do otrzymania jednego oporu zastępczego.

Np



$$\text{opór zastępczy } \frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3},$$

$$\text{opór zastępczy całego obwodu: } R_{123} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3},$$

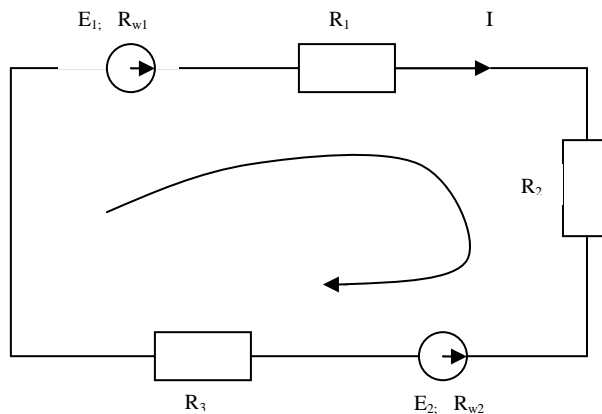
$$\text{przy zadanym napięciu } U \text{ obliczamy prąd } I: I = \frac{U}{R_{123}},$$

$$\text{napięcie na oporze } R_1: U_1 = R_1 I,$$

$$\text{napięcie } U_{AB} = R_{23} I \text{ lub } U_{AB} = U - U_1,$$

$$\text{prądy w obu gałęziach: } I_1 = \frac{U_{AB}}{R_2}, \quad I_2 = \frac{U_{AB}}{R_3} \text{ lub } I_2 = I - I_1.$$

Przy obliczaniu obwodów aktywnych stosuje się I i II prawo Kirchoffa. Zakłada się kierunek dodatni np. prawoskrętny. Dla obwodów nierozgałęzionych:



$$E_1 - E_2 = (R_{w1} + R_1 + R_2 + R_{w2} + R_3)I,$$

$$\text{stąd } I = \frac{\sum E}{\sum R}.$$

Dla obwodów rozgałęzionych układa się równania węzłowe i oczkowe. Należy ułożyć tyle równań ile jest gałęzi obwodu. W przypadku gałęzi złożonej sprowadza się ją do elementarnej gałęzi prostej o jednym elemencie aktywnym i jednym pasywnym, przy czym opór wewnętrzny źródła prądu włącza się do całkowitego oporu gałęzi.

Prawo Ohma oraz I i II prawo Kirchoffa stosuje się także do obwodów magnetycznych.

Wówczas:

prawo Ohma przyjmuje postać $\Phi = \frac{U_\mu}{R_\mu}$ lub $\Phi = \frac{\Theta}{R_\mu}$ gdzie R_μ to opór magnetyczny.

I prawo Kirchoffa $\sum_1^n \Phi_n = 0$ - suma algebraiczna strumieni magnetycznych w węzle obwodu magnetycznego równa jest zeru.

II prawo Kirchoffa $\sum \Theta = \sum R_\mu \Phi$ - w zamkniętym obwodzie magnetycznym algebraiczna suma sił magnetomotorycznych równa się algebraicznej sumie spadków napięcia magnetycznego.

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej i samoindukcji, reguła Lenza

Własności pola magnetycznego polegają na wywoływaniu sił elektromotorycznych w przewodach poruszających się w polu magnetycznym a także na wywoływaniu sił elektromotorycznych w obwodzie zamkniętym umieszczonym w polu magnetycznym przy zmianie strumienia magnetycznego obejmowanego obwodem.

Istota zjawiska polega na powstawaniu siły elektromotorycznej w dowolnym obwodzie przy zmianie strumienia magnetycznego skojarzonego z obwodem. Siła elektromot., powstaje niezależnie od tego czy strumień magnetyczny zmienia się w czasie (siła elektromot. transformacji), czy też powodowana ruchem pola względem obwodu czy obwodu względem pola (siła elektromot. rotacji). W przypadku jednego zwoju strumień skojarzony jest strumieniem objętym tym zwojem. W przypadku obwodu wielozwojowego strumień skojarzony jest równy sumie strumieni skojarzonych z każdym zwojem.

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej polega na powstawaniu siły elektromotorycznej w zamkniętym obwodzie, który obejmuje zmienny strumień magnetyczny. Wartość indukowanej siły elektromotorycznej jest równa prędkości zmian strumienia magnetycznego.

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

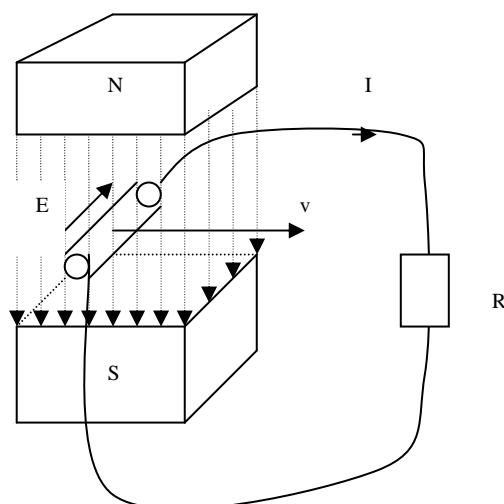
Zmiana strumienia magnetycznego może występować pod wpływem ruchu przewodu w nieruchomym polu magnetycznym lub ruchu pola względem nieruchomego przewodu.

Jeśli w stałym polu magnetycznym o indukcji B przewód o długości l porusza się z prędkością v prostopadle do linii sił pola to kierunek indukowanej siły SEM określa się regułą prawej ręki. Jeśli prawą dłoń ustawimy tak, że linie sił pola wchodzi w dłoń a kciuk wskazuje kierunek ruchu przewodnika to reszta palców wskazuje kierunek indukowanej siły elektromotorycznej.

Wartość SEM E (w voltach) jest określona:

$$E = Blv$$

gdzie: B – indukcja Vs(voltosekunda)/m²,
 l – długość przewodu w m,
 v – prędkość ruchu przewodu w m/s.



Jeśli obwód elektryczny jest zamknięty to popłynie w nim prąd o natężeniu:

$$I = \frac{E}{R}, \text{ gdzie } R - \text{opór całego obwodu.}$$

Na przewód z prądem umieszczony w polu magnetycznym działa siła, której kierunek określa reguła lewej ręki o wzorze:

$$F = BIl.$$

Kierunek działania tej siły jest przeciwny do ruchu przewodu, aby go poruszyć trzeba zatem wykonać pracę mechaniczną. Elementarną pracę przy przesunięciu przewodu na odległość dl wyraża wzór:

$$dA = Fdl.$$

Praca wykonana w jednostce czasu to moc mechaniczna określona wzorem:

$$P = Fv = BIlv = EI,$$

gdzie EI to moc elektryczna prądu płynącego w obwodzie.

Przy ruchu przewodu w kierunku wektora v (w prawo) strumień objęty pętlą utworzoną przez obwód elektryczny ulega zmniejszeniu o wartość ujemną przyrostu $-d\Phi = BdS = Bldl$.

Siłę elektromotoryczną indukowaną w przewodzie można więc wyrazić wzorem:

$$E = Blv = Bl \frac{dl}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}, \left(\frac{d\Phi}{dt} = \text{const. dlatego } E \text{ z dużej litery} \right)$$

Gdyby przewód był przesuwany w lewą stronę strumień objęty przez obwód by wzrastał, kierunek indukowanej SEM byłby przeciwny i ujemny bo $\frac{d\Phi}{dt} > 0$.

Gdy strumień Φ maleje, wówczas prąd indukowany i wzbudza strumień Φ_i o kierunku zgodnym z kierunkiem strumienia pierwotnego. Strumień ten dodaje się do strumienia pierwotnego usiłując przeciwdziałać jego zmniejszaniu się, uznaje się, iż SEM jest wówczas

dodatnia. Gdy strumień Φ rośnie, wówczas strumień Φ_i wzbudzony przez prąd i ma kierunek przeciwny do strumienia pierwotnego i przeciwstawia się jego narastaniu, SEM jest wówczas ujemna. Zjawisko to wyjaśnia **prawo Lenza**, które można wyrazić następująco: prąd indukowany w obwodzie wzbudza strumień magnetyczny, przeciwstawiający się zmianom strumienia pierwotnego.

Zjawisko samoindukcji polega na, że gdy w danym obwodzie płynie prąd zmienny, wytwarzający zmienne pole magnetyczne, wówczas pole to indukuje w tym samym obwodzie siłę elektromotoryczną, zwaną siłą elektromotoryczną samoindukcji określoną wzorem:

$$e_L = -\frac{d\Phi_i}{dt},$$

gdzie: Φ_i - strumień magnetyczny wytworzony przez prąd i płynący w obwodzie,

e_L - SEM samoindukcji.

Gdy wartość prądu i , płynącego w kierunku dodatnim wzrasta, strumień Φ_i rośnie, pochodna $\frac{d\Phi_i}{dt}$ ma wartość dodatnią, wówczas SEM e_L ma kierunek ujemny, przeciwny do kierunku prądu. Pod wpływem SEM e_L płynie prąd w kierunku ujemnym, który wzbudza strumień zgodnie z prawem Lenza przeciwdziałający zmianom strumienia pierwotnego opóźniając wzrost prądu w obwodzie. Na odwrót gdy prąd w obwodzie maleje, wówczas kierunek SEM samoindukcji jest zgodny z prądem. W tym przypadku samoindukcja stara się opóźnić zanikanie prądu w obwodzie.

Dla cewki o z zwojach SEM samoindukcji między zaciskami cewki jest wyrażona wzorem:

$$e_L = -z \frac{d\Phi_i}{dt}$$

$$\Phi_i = \frac{iz}{R_\mu} \Rightarrow e_L = -L \frac{di}{dt},$$

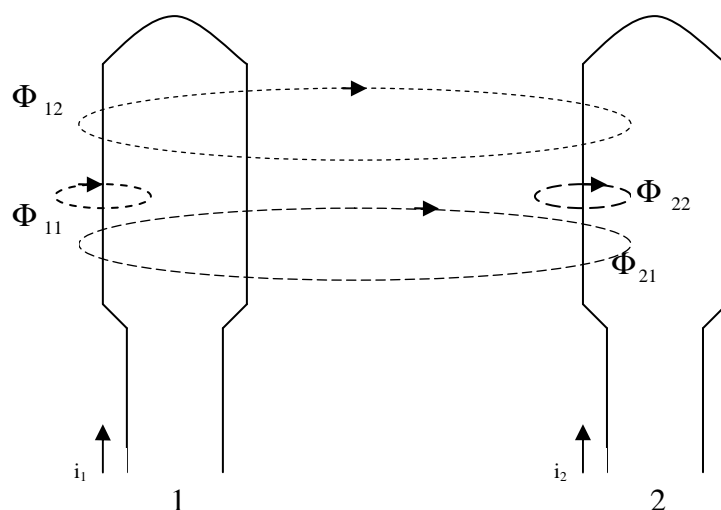
$$\text{gdzie: } L = \frac{z^2}{R\mu} \text{ lub } L = z \frac{d\Phi_i}{di}.$$

L to indukcyjność cewki (**indukcyjność własna**) będąca współczynnikiem proporcjonalności między prądem a strumieniem magnetycznym, wytworzonym przez ten prąd. Jednostką indukcyjności jest henr (1H) $1H = 1 \frac{V \cdot s}{A} = 1\Omega \cdot s$. Można powiedzieć, że jeden *henr* jest indukcyjnością takiego obwodu, w którym liniowa zmiana natężenia prądu o jeden *amper* w ciągu jednej sekundy powoduje powstanie stałej SEM samoindukcji równej jednemu *woltowi*.

W przypadku gdy dwa obwody, w których płyną prądy elektryczne zmieniające się w czasie są umieszczone w pobliżu siebie każdy z obwodów jest skojarzony ze zmiennym strumieniem magnetycznym będącym sumą strumienia wytwarzanego przez prąd *własny* i strumienia wytwarzanego przez prąd w obwodzie sąsiednim. Zjawisko indukowania w obwodzie elektrycznym siły elektromotorycznej przez zmienny strumień wytwarzany przez prąd w obwodzie sąsiednim nazywamy zjawiskiem indukcji wzajemnej a obwody, sprzężonymi magnetycznie. Jeśli mamy dane dwa uzwojenia 1 i 2, w których i_1 wytwarza strumień Φ_{11} skojarzony tylko z uzwojeniem 1 i strumień Φ_{12} skojarzony z uzwojeniem 1 i 2 natomiast i_2 wytwarza strumień Φ_{22} skojarzony z uzwojeniem 2 i Φ_{21} skojarzony z uzwojeniem 2 i 1, to proporcjonalność pomiędzy strumieniem magnetycznym Φ_{12} i prądem i_1 oraz Φ_{21} i i_2 można wyrazić równaniami:

$$\Phi_{12} = M_{12}i_1$$

$$\Phi_{21} = M_{21}i_2.$$



M_{12} i M_{21} nazywamy indukcyjnościami wzajemnymi. **Indukcyjnością wzajemną** pomiędzy dwoma obwodami nazywamy więc stosunek strumienia skojarzonego z danym obwodem a wytwarzanego przez prąd w obwodzie sąsiednim, do prądu w obwodzie sąsiednim, czyli:

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{i_1}; M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{i_2}.$$

SEM indukcji wzajemnej:

$$\text{w obwodzie 1 } e_{M1} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt},$$

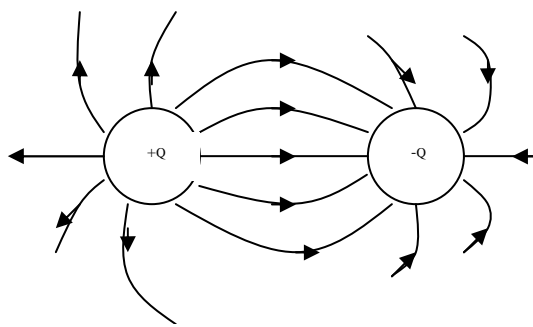
$$\text{w obwodzie 2 } e_{M2} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}$$

Różnice pomiędzy indukcją elektryczną, magnetyczną a indukcją elektromagnetyczną

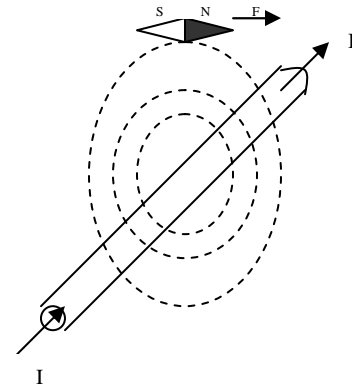
Pole elektryczne powstające wokół nieruchomych ładunków elektrycznych nosi nazwę pola elektrostatycznego. Na ładunki elektryczne umieszczone w polu elektrycznym działają siły mechaniczne. Na elementarny ładunek dodatni działa siła F styczna do linii zwanych liniami sił pola elektrycznego. **Gęstość linii sił pola elektrycznego nosi nazwę indukcji elektrycznej.**

Pole magnetyczne wokół przewodnika powstaje w wyniku przepływu przez niego prądu elektrycznego. Linie sił pola mają kształt kół koncentrycznych obejmujących przewodnik. **Gęstość linii sił pola zwane jest indukcją magnetyczną.**

Podstawową różnicą między tymi dwoma indukcjami jest mechanizm powstawania pola. Dla powstania pola magnetycznego konieczny jest ruch ładunków elektrycznych, a więc przepływ prądu natomiast pole elektryczne powstaje zawsze w przestrzeni otaczającej ładunki elektryczne, nawet wówczas gdy są one nieruchome. O ile indukcja elektryczna i magnetyczna oznacza gęstość linii sił danego pola to pojęcie indukcji elektromagnetycznej wiąże się z powstawaniem siły elektromotorycznej w przewodniku umieszczonym w zmiennym polu magnetycznym.



Linie sił pola elektrycznego



Linie sił pola magnetycznego wokół przewodnika z prądem

Moc bierna indukcyjna na przykładzie cewki idealnej w obwodzie prądu zmiennego

Cewka idealna to taka cewka, której rezystancja równa się zero. Wartość chwilowa mocy w obwodzie z cewką idealną równa się:

$$p = u \cdot i$$

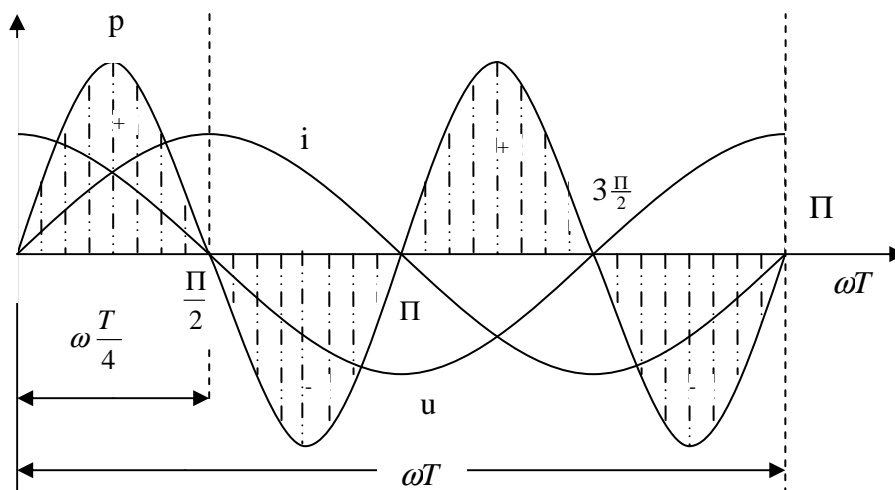
Jeżeli prąd zmienia się w sposób sinusoidalny to napięcie wyprzedza prąd o kąt $\frac{\pi}{2}$, a zatem:

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u = U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$p = u \cdot i = U_m I_m \sin \omega t \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = UI \sin 2\omega t$$

Przebieg czasowy mocy chwilowej w obwodzie z indukcyjnością jest przebiegiem sinusoidalnym o podwójnej częstotliwości (patrz rys.). W pierwszej ćwiartce okresu moc ma wartość dodatnią i przepływa od źródła prądu do odbiornika. W drugiej ćwiartce okresu wartość mocy chwilowej jest ujemna i przepływa od odbiornika do źródła. Moc średnia P, pobierana w ciągu okresu, równa się zero.



W pierwszej ćwiartce prąd narasta od zera do I_m tak jak i strumień wytwarzany przez cewkę narasta do Φ_m . Na wytworzenie tego strumienia pobierana jest ze źródła prądu energia. W

drugiej ćwiartce okresu prąd i maleje od wartości maksymalnej do zera, SEM samoindukcji zmienia kierunek i energia jest zwracana do źródła prądu, gdyż pole magnetyczne cewki zanika do zera. W trzeciej ćwiartce prąd znów rośnie od zera do wartości maksymalnej płynąc w kierunku przeciwnym, a więc wytwarzając pole magnetyczne o przeciwnej biegunowości. Energia jest znów pobierana ze źródła prądu i wreszcie w czwartej ćwiartce jest ona zwracana przez odbiornik, w którym strumień magnetyczny znów maleje do zera. Energia elektryczna pobierana przez odbiornik indukcyjny (idealny) oraz moc elektryczna w czasie składającym się z pewnej liczby okresów równa się zero. Jednakże wskutek okresowej wymiany energii przez odbiornik indukcyjny płynie prąd o wartości skutecznej I , a na jego zaciskach występuje napięcie o wartości skutecznej U . Iloczyn UI , w przypadku gdy kąt między wektorami U , I wynosi $\frac{\pi}{2}$ nosi nazwę **mocy biernej**, która oznaczana jest literą Q :

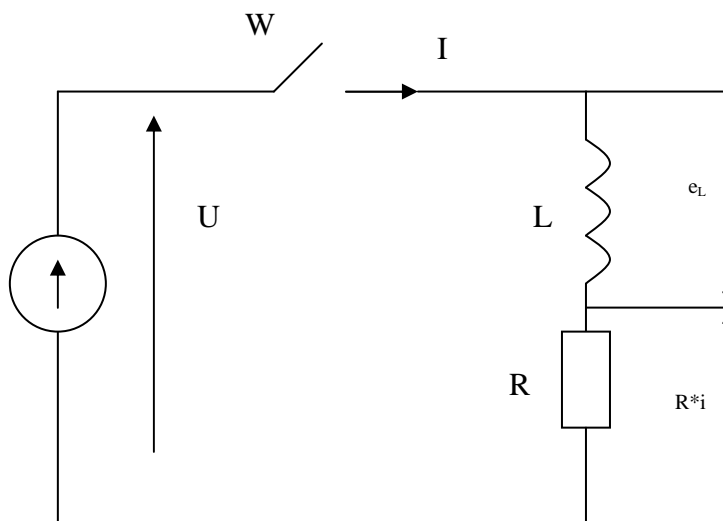
$$Q=UI$$

Jednostką mocy biernej jest jeden war: $[Q] = 1 \text{ war} = 1 \text{ VAr}$.

Moc bierna jest mocą nie dającą się zamienić na inny rodzaj mocy, ale jest niezbędna do prawidłowej pracy aparatury i maszyn. Moc bierna indukcyjna pokrywa zapotrzebowanie na pole magnetyczne.

Zjawiska przejściowe w obwodzie prądu stałego z cewką indukcyjną L (stany nieustalone)

W obwodach zawierających same tylko rezystancje, skokowa zmiana napięcia (włączenie lub wyłączenie napięcia) powoduje skokową zmianę natężenia prądu. W obwodach zawierających dodatkowo indukcyjność zmiana prądu wywołuje powstanie SEM samoindukcji, cewka indukcyjna staje się elementem aktywnym.



Po zamknięciu wyłącznika W przez obwód popłynie prąd i , który narastając wzbudzi SEM samoindukcji e_L o kierunku przeciwnym do kierunku prądu. Zgodnie z drugim prawem Kirchoffa:

$$U + e_L = Ri .$$

Podstawiając :

$$e_L = -L \frac{di}{dt} ,$$

otrzymuje się:

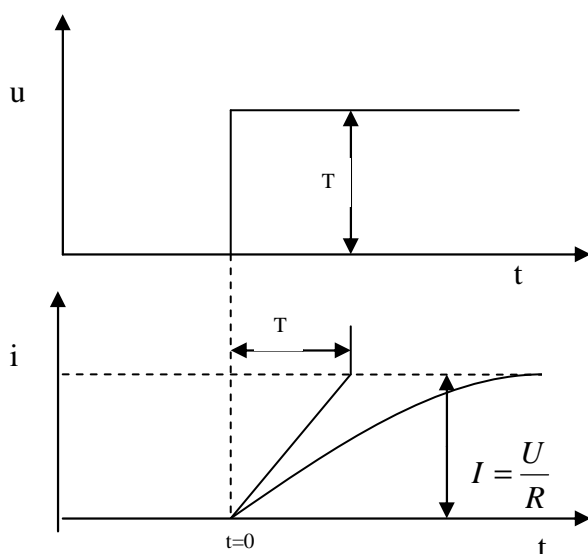
$$U - L \frac{di}{dt} = Ri.$$

Przy narastaniu prądu $di/dt > 0$, a zatem siła elektromotoryczna e_L odejmuje się od napięcia U . Narastanie prądu jest określone równaniem różniczkowym, którego rozwiązaniem jest funkcja wykładnicza:

$$i = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right).$$

Czas T nosi nazwę elektromagnetycznej stałej czasowej obwodu i jest określony wzorem:

$$T = \frac{L}{R} \text{ a wymiar to 1s.}$$



Przebiegi czasowe u , i przy włączeniu napięcia stałego do obwodu z indukcyjnością

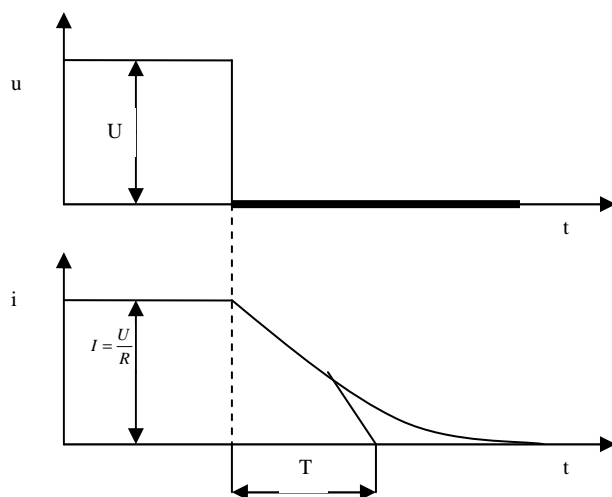
Stan jaki istnieje w czasie narastania prądu, charakteryzujący się występowaniem SEM samoindukcji, nosi nazwę **stanu nieustalonego (przejściowego)**. Czas trwania stanu nieustalonego przyjmuje się na $\frac{3}{4} T$. Jak widać z wykresów napięcie narasta skokowo natomiast prąd dopiero po określonym czasie osiąga wartość maksymalną w związku z tłumiącym działaniem SEM samoindukcji na cewce.

Innym przypadkiem stanu nieustalonego w obwodzie z indukcyjnością jest wyłączenie napięcia stałego U , zasilającego obwód.. Prąd i w obwodzie wówczas maleje, więc $di/dt < 0$, a zatem SEM e_L dodaje się do napięcia U . Przy szybkim przerwaniu prądu di/dt osiąga dużą wartość ujemną, więc SEM e_L jest duża i powoduje powstanie silnego łuku na wyłączniku napięcia, konieczne jest więc stosowanie diody gaszącej. Po rozłączeniu wyłącznika malejący strumień magnetyczny indukuje SEM e_L , pod wpływem której przez diodę płynie prąd:

$$e_L = RI \Rightarrow Ri + L \frac{di}{dt} = 0.$$

Rozwiązaniem tego równania jest funkcja:

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}} \text{ o przebiegu:}$$



Przebiegi czasowe u , i przy wyłączeniu napięcia stałego w obwodzie .

Strumień magnetyczny cewki zanika tym wolniej, im większa jest stała czasowa czyli im mniejsza jest rezystancja, przez którą rozładowuje się samoindukcja. Wykresy ilustrują skokowy spadek napięcia i paraboliczny spadek prądu po określonym czasie w wyniku dodawania się SEM samoindukcji co związane jest z regułą Lenza.

Moc bierna pojemnościowa na przykładzie kondensatora w obwodzie prądu zmiennego

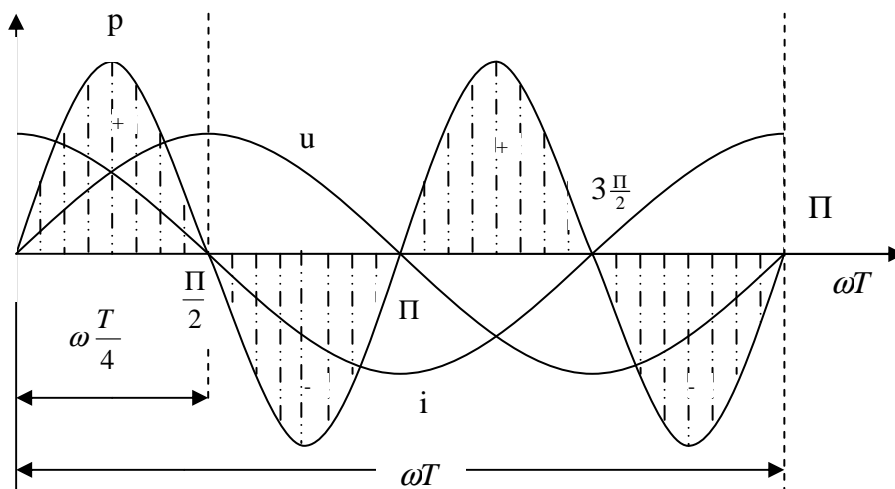
Po przyłączeniu kondensatora do źródła napięcia przemiennego następuje okresowe ładowanie i rozładowywanie kondensatora, wskutek czego w obwodzie płynie prąd przemienny o wartości chwilowej i , zależnej od napięcia. Napięcie zmienia się w sposób sinusoidalny według równania:

$$u = U_m \sin \omega t ,$$

a prąd:

$$i = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\Pi}{2} \right) .$$

Prąd płynący przez kondensator wyprzedza więc napięcie o kąt fazowy $\frac{\Pi}{2}$.



Moc prądu płynącego w obwodzie z pojemnością przyjmuje wartości chwilowe:

$$p = ui = U_m I_m \sin \omega t \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = UI \sin(2\omega t),$$

a zatem przebieg czasowy mocy chwilowej jest przebiegiem sinusoidalnym o podwójnej częstotliwości.

W pierwszej ćwiartce okresu, gdy kondensator się ładuje, moc p ma wartość dodatnią, gdyż płynie od źródła prądu do odbiornika. W drugiej ćwiartce następuje rozładowanie kondensatora, połączone ze zwrotem do źródła prądu energii pobranej w czasie ładowania. Moc ma wartość ujemną, gdyż jest teraz skierowana od odbiornika do źródła prądu. W następnych dwóch ćwiartkach proces ładowania i rozładowywania powtarza się. Energia pobrana przez kondensator a zatem i moc średnia w ciągu całego okresu równają się zero. Gdy napięcie rośnie od zera do U_m na okładzinach kondensatora gromadzą się ładunki elektryczne i pobierana jest energia:

$$A_{T/4} = \int_0^{T/4} u i dt = \int_0^{T/4} u C \frac{du}{dt} dt = \int_0^{U_m} C u du = \frac{CU_m^2}{2} = W_e.$$

W drugiej ćwiartce ta sama ilość energii jest zwracana do źródła prądu. Proces ten powtarza się dwukrotnie w ciągu każdego okresu. Wskutek tego przez kondensator płynie stale prąd bierny pojemnościowy i pobierana jest moc bierna:

$$Q = UI \text{Var} \left(\langle \vec{U}, \vec{I} = \frac{\pi}{2} \rangle \right).$$

W związku z tym, że moc bierna oscyluje pomiędzy źródłem prądu a kondensatorem nie jest przetwarzana, jednak obciąża kable konkretnym amperażem powodując ich rozgrzewanie. Jej występowanie jest jednak niezbędne do właściwej pracy urządzeń elektrycznych. Moc bierna pojemnościowa, czasem definiowana jako częstotliwość pulsowania mocy na kondensatorze, pokrywa zapotrzebowanie na napięcie elektryczne. Ponieważ moc bierna pojemnościowa różni się od mocy biernej indukcyjnej tym, iż to prąd wyprzedza napięcie to jest ona wykorzystywana do kompensacji mocy biernej indukcyjnej i wówczas określa się ją wzorem:

$$Q_c = U^2 \omega C.$$

Wykresy wektorowe i wzory na wartości chwilowe napięcia (u) i prądu (i) w obwodzie prądu zmiennego na obciążeniu: rezystancyjnym R, indukcyjnym L, pojemnościowym C oraz mieszanym rezystancyjno-indukcyjnym RL.

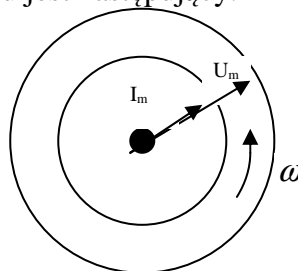
Wzór na wartość chwilową prądu w obwodzie prądu zmiennego na obciążeniu rezystancyjnym jest następujący:

$$i = I_m \sin \omega t$$

W związku z tym wartość chwilowa na zaciskach elementu rezystancyjnego można wyrazić wzorem:

$$u = Ri = RI_m \sin \omega t = U_m \sin \omega t.$$

Wykres wektorowy napięcia i prądu jest następujący:



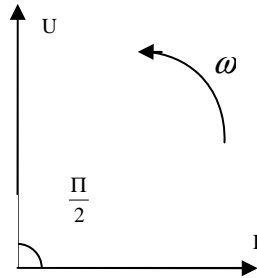
Prąd i napięcie w obwodzie z rezystancją są w fazie.

Dla obwodu z indukcją wartości chwilowe prądu i napięcia są następujące:

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u = L \frac{di}{dt} = L \omega I_m \cos \omega t = L \omega I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right),$$

natomiast wykres wektorowy:



Napięcie na indukcyjności wyprzedza w fazie prąd o kąt $\frac{\pi}{2}$. Napięcie osiąga maksimum, gdy prąd przechodzi przez zero.

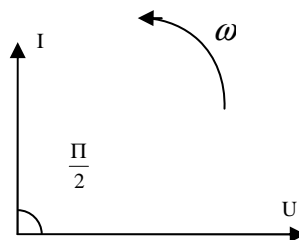
Jeżeli do zacisków kondensatora o pojemności C przyłożymy napięcie sinusoidalnie zmienne wyrażone równaniem:

$$u = U_m \sin \omega t,$$

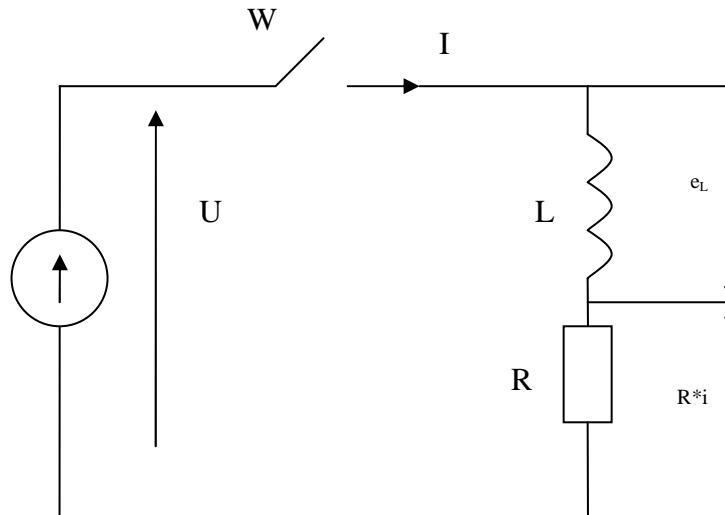
to wzór na prąd płynący przez kondensator możemy zapisać:

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = \omega C U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Napięcie na kondensatorze opóźnia się zatem w stosunku do prądu o kąt fazowy $\frac{\pi}{2}$. Wykres wektorowy jest następujący:



Układ z samą tylko indukcyjnością omówiony wcześniej jest tylko układem teoretycznym. W cewce rzeczywistej oprócz indukcyjności zawsze występuje rezystancja. Parametry R i L występują w takiej cewce jednocześnie ale dla celów analitycznych przedstawia się ją jako połączenie szeregowe indukcyjności i rezystancji:



Prąd zmienia się w sposób sinusoidalny więc wzór na jego wartość chwilową jest następujący:

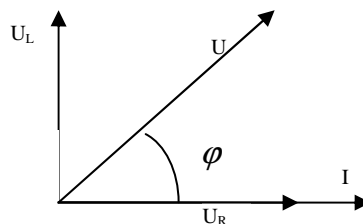
$$i = I_m \sin \omega t .$$

Napięcie na cewce rzeczywistej jest złożeniem spadku napięcia na rezystancji i na indukcyjności:

$u = u_r + u$ stąd napięcie chwilowe jest wyrażone wzorem:

$$u = U_{Rm} \sin \omega t + U_{Lm} \sin \left(\omega t + \frac{\Pi}{2} \right) = U_m \sin(\omega t + \varphi) .$$

Wykres wektorowy jest następujący:



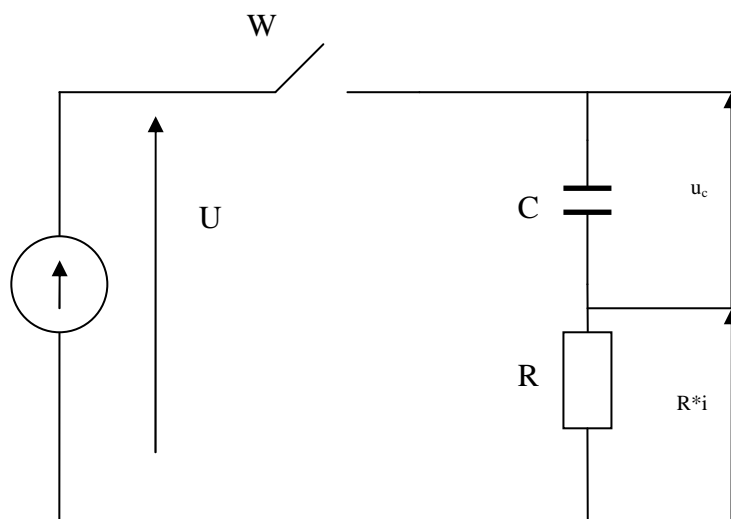
Zjawiska przejściowe w obwodzie prądu stałego z kondensatorem C (stany nieustalone).

Gdy kondensator przyłączony jest do źródła stałego napięcia jedynie przez chwilę po zamknięciu wyłącznika, łączącego kondensator ze źródłem napięcia, płynie prąd ładowania i trwa stan nieustalony dopóty, dopóki na okładzinach nie zgromadzą się ładunki Q. Pod wpływem gromadzących się ładunków na kondensatorze powstaje napięcie u_c , skierowane przeciwnie do przyłożonego napięcia stałego U. Zgodnie z drugim prawem Kirchoffa:

$$U - u_c = Ri$$

natężenie prądu ładowania wynosi:

$$i = \frac{U - u_c}{R} .$$



Kondensator w obwodzie prądu stałego.

Prąd ten wywołuje w czasie dt przyrost ładunku dq , wyrażony wzorem:

$$dq = idt.$$

Ponieważ przyrost napięcia na kondensatorze jest du_c jest związany z przyrostem ładunku dq zależnością:

$$dq = Cdu_c,$$

stąd:

$$i = C \frac{du_c}{dt},$$

tj. prąd ładowania jest proporcjonalny do prędkości narastania napięcia na kondensatorze. Otrzymuje się równanie różniczkowe :

$$U - u_c = RC \frac{du_c}{dt},$$

którego rozwiązaniem, przy założeniu, że w chwili $t = 0$ $u_c = 0$ jest funkcja wykładnicza:

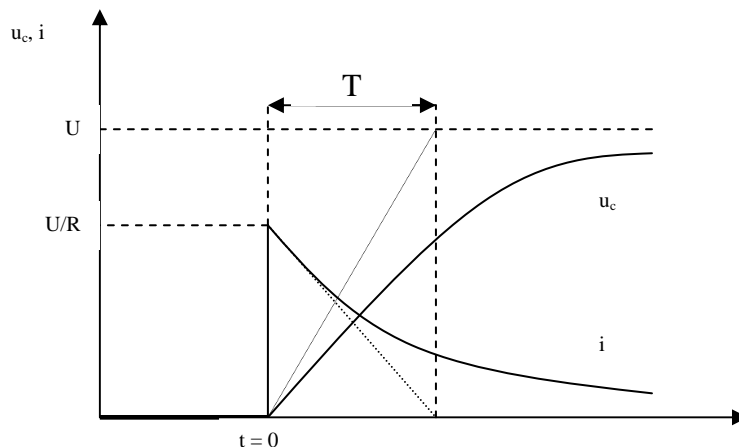
$$u_c = U \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right).$$

$$T = RC - \text{stała czasowa obwodu o wymiarze } [T] = [R] \cdot [C] = 1\Omega \cdot \frac{A \cdot s}{V} = 1s .$$

Zależność na prąd ładowania kondensatora w postaci zanikającej funkcji wykładniczej jest następująca:

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}}.$$

W czasie ładowania kondensatora napięcie na jego okładzinach rośnie wykładniczo do wartości ustalonej U , natomiast prąd ładowania maleje od wartości początkowej do zera. Czas ładowania kondensatora wynosi $\frac{3}{4} T$.



Przebiegi czasowe u_c , i przy włączeniu napięcia stałego do obwodu z pojemnością

Na powyższym wykresie widać, iż prąd narasta skokowo a następnie w miarę zbierania się ładunków na okładzinach kondensatora maleje. Natomiast napięcie na kondensatorze rośnie wraz ze wzrostem ilości zgromadzonych na okładzinach ładunków.

Kondensator pobiera w czasie ładowania energię elektryczną gromadzoną w postaci energii pola elektrycznego.

$$U idt = Ri^2 dt + u_c idt,$$

$U idt$ – energia oddawana przez źródło napięcia U w czasie dt ,

$Ri^2 dt$ – energia zamieniana na ciepło przy przepływie prądu i przez rezystancję R ,

$u_c idt$ – energia gromadzona w polu elektrycznym kondensatora.

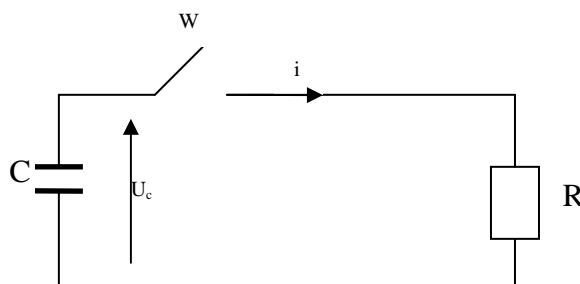
Przyrost energii pola elektrycznego w czasie dt wynosi:

$$dW_e = C u_c du_c.$$

Całkowita wartość energii pola elektrycznego równa się:

$$W_e = \int_0^U C u_c du_c = \frac{CU^2}{2} \text{ a jej wymiar to 1 J.}$$

Naładowany kondensator jest źródłem energii elektrycznej. Jeżeli do jego zacisków zostanie podłączony opór R , to po zamknięciu wyłącznika nastąpi przepływ ładunków elektrycznych zgromadzonych na okładzinach, aż do zrównania się ich potencjałów.



Rozładowanie kondensatora

Zgodnie z prawem Ohma:

$$u_c = Ri = RC \frac{du_c}{dt},$$

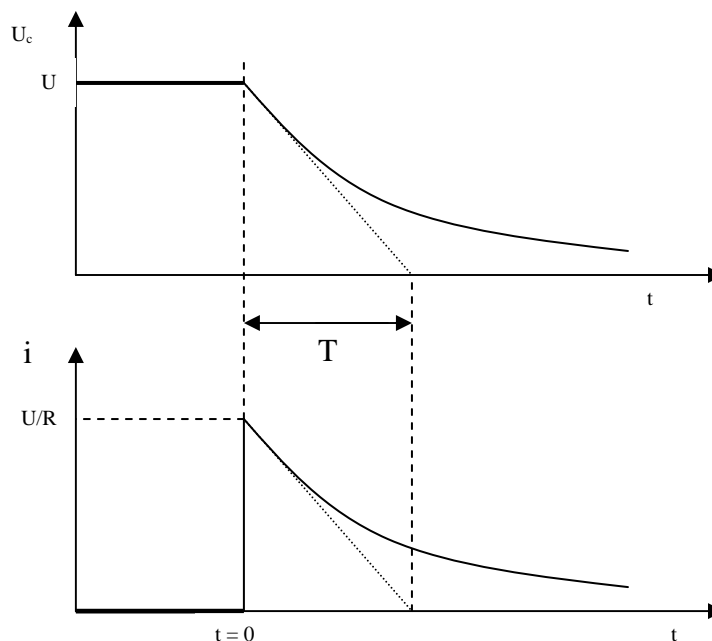
rozwiązaniem tego równania różniczkowego, przy warunkach początkowych $u_c = U$ dla $t = 0$, jest funkcja wykładnicza:

$$u_c = Ue^{-\frac{t}{T}} \text{ gdzie } T = RC.$$

Przebieg prądu rozładowania jest wyrażony funkcją:

$$i = \frac{u_c}{R} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}}.$$

Przy przepływie prądu i opór R energia zgromadzona w kondensatorze zamienia się na energię cieplną. Czas rozładowania jest tym większy, im większy jest opór, przez który rozładowuje się kondensator.



Przebiegi czasowe u_c , i przy rozładowaniu kondensatora

Zjawisko rezonansu szeregowego i równoległego (rezonans napięć i prądów).

W przypadku gdy prąd jest w fazie z napięciem, iloczyn wartości skutecznych prądu i napięcia jest mocą czynną prądu (mocą zdolną do wykonania określonej pracy):

$$P = UI$$

Gdy pomiędzy prądem a napięciem istnieje przesunięcie fazowe o kąt φ , wówczas dla otrzymania mocy czynnej należy iloczyn $U \cdot I$ pomnożyć przez współczynnik równy $\cos \varphi$ zwany współczynnikiem mocy. Dla obwodu z samą tylko rezystancją $\cos \varphi = 1$. Jeżeli kąt przesunięcia fazowego rośnie, wówczas współczynnik mocy maleje, a więc moc prądu przy tym samym natężeniu i napięciu maleje.

Jeżeli w obwodzie występują wszystkie elementy tj. R , L , C połączone szeregowo to prąd I przepływający przez te elementy wywołuje na nich spadki napięć (w wartościach skutecznych):

na rezystancji $U_R = IR$ (napięcie jest w fazie z prądem),

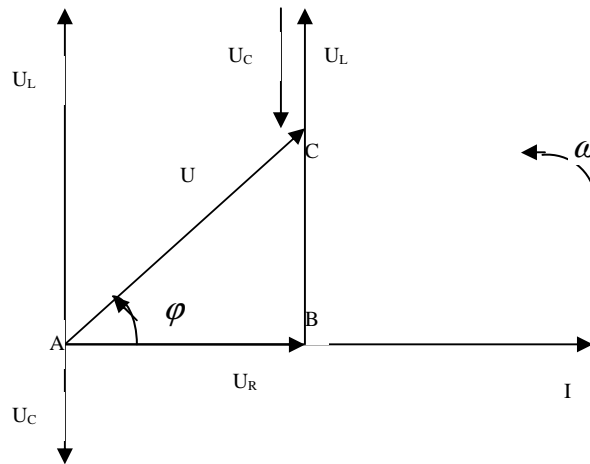
na reaktancji indukcyjnej $U_L = IX_L = I\omega L$ (napięcie wyprzedza prąd o kąt fazowy $\frac{\pi}{2}$),

na reaktancji pojemnościowej $U_C = IX_C = I\frac{1}{\omega C}$ (napięcie opóźnione względem prądu o $\frac{\pi}{2}$).

Napięcie U przyłożone do zacisków obwodu szeregowego R, L, C jest sumą wektorową spadków napięć na poszczególnych elementach obwodu:

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C,$$

graficznie:

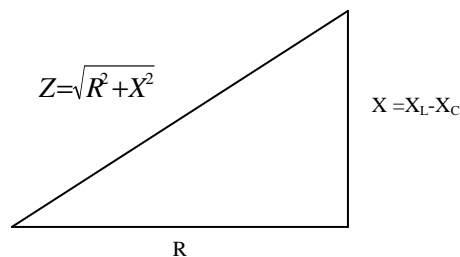


Wektory tworzą trójkąt ABC, dla którego:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I \cdot Z,$$

gdzie: Z – opór pozorny (impedancja) obwodu $Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$.

Opory czynne, bierne i pozorne tworzą trójkąt oporów:



Kąt przesunięcia fazowego między prądem a napięciem oblicza się:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Gdy $X_L > X_C$ kąt $\varphi > 0$, prąd opóźnia się względem napięcia, obwód ma charakter indukcyjny.

Gdy $X_L < X_C$ kąt $\varphi < 0$, prąd wyprzedza napięcie i obwód ma charakter pojemnościowy.

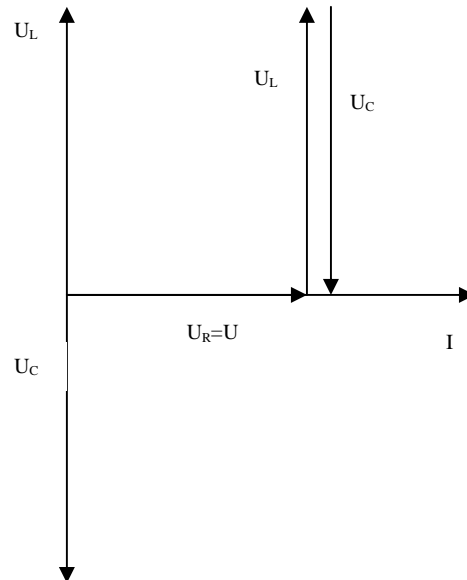
W szczególnym przypadku zwanym **rezonans napięć** $X_L = X_C$ gdyż $U_L = U_C$:

$$X_L - X_C = 0,$$

$$Z = R,$$

$$I = \frac{U}{R}.$$

A zatem prąd jest w fazie z napięciem ($\varphi=0$) i osiąga dla danego obwodu wartość największą, równą napięciu podzielonemu przez rezystancję obwodu. Napięcia na indukcyjności i pojemności wzajemnie się znoszą choć mogą osiągać duże wartości, większe niż napięcie zasilające.



Wykres wektorowy dla rezonansu napięć

W obwodzie zasilanym stałą częstotliwością f można dobrać odpowiednie wartości L i C , aby spełniony warunek rezonansu: $\omega L = \frac{1}{\omega C}$.

Jeżeli obwód jest zasilany napięciem o zmiennej częstotliwości wówczas dla danych wartości L i C istnieje pewna częstotliwość, zwana częstotliwością rezonansową dla której wystąpi rezonans napięć.

Wzór na częstotliwość rezonansową:

$$f_o = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Dla $f > f_o$ jest $X_L > X_C$, obwód ma charakter indukcyjny a dla $f < f_o$ jest $X_L < X_C$, obwód ma charakter pojemnościowy.

W przypadku równoległego połączenia elementów R , L , C wartość chwilowa prądu z sieci jest w każdej chwili równa sumie wartości chwilowych poszczególnych odbiorników (I prawo Kirchoffa):

$$i = i_R + i_L + i_C,$$

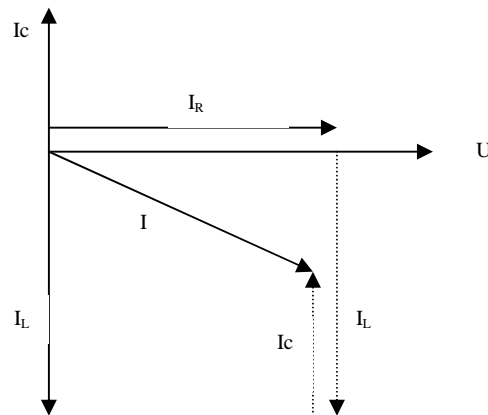
jeśli:

$$u = U_m \sin \omega t,$$

to prąd ogólny:

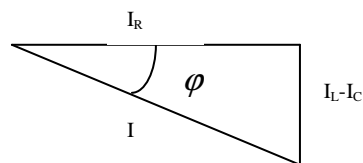
$$i = I_m \sin\left(\omega t \pm \frac{\Pi}{2}\right).$$

Przesunięcie fazowe prądu i najprościej jest wyznaczyć z wykresu wskazowego posługując się wektorami o wartości równej wartości skutecznej przepływających prądów.



$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C + \vec{I}_L,$$

$$I_R = \frac{U}{R}; \quad I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega L}; \quad I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C \cdot U.$$



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R}$$

$$I = \frac{U}{Z}$$

oraz:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$$

jeśli:

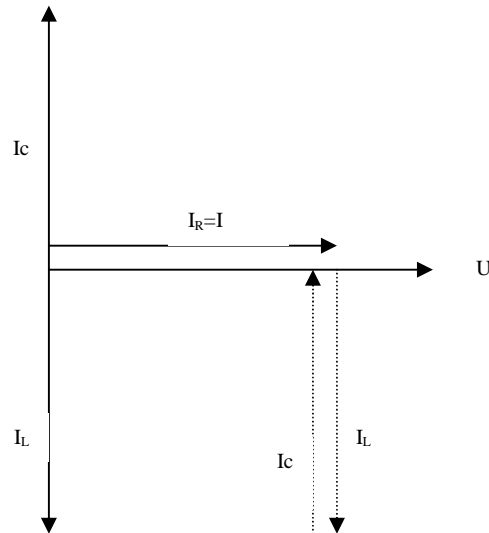
$I_C > I_L$ – obwód ma charakter pojemnościowy,

$I_C < I_L$ – obwód ma charakter indukcyjny,

$I_C = I_L$ – obwód ma charakter rezystancyjny.

Ostatni przypadek jest zwany **rezonans prądów** kiedy:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} = 0; \quad \varphi = 0; \quad \cos \varphi = 1.$$



Prąd wypadkowy jest w fazie z napięciem a układ pobiera tylko moc czynną.

Kompensacja mocy biernej indukcyjnej mocą bierną pojemnościową

W zakładach przemysłowych większość odbiorników energii elektrycznej ma charakter indukcyjny. Ponieważ prądnicą nie widzi poszczególnych elementów obwodu tylko jego wypadkowy charakter, zakład będzie dla elektrowni odbiorcą energii czynnej i energii biernej indukcyjnej. Zakład musi zatem dbać o odpowiednią wartość $\cos \varphi$ aby nie zapłacić kary za zbyt mały współczynnik mocy. $\cos \varphi$ powinien wynosić minimum 0,8. Aby to osiągnąć należy skompensować moc bierną indukcyjną mocą bierną pojemnościową poprzez zainstalowanie równoległe baterii kondensatorów.

Odbiornik indukcyjny można przedstawić jako szeregowe połączenie rezystancji i reaktancji indukcyjnej. Pobiera on prąd I_1 opóźniony względem napięcia o kąt φ_1 . Moc czynna odbierana przez odbiornik:

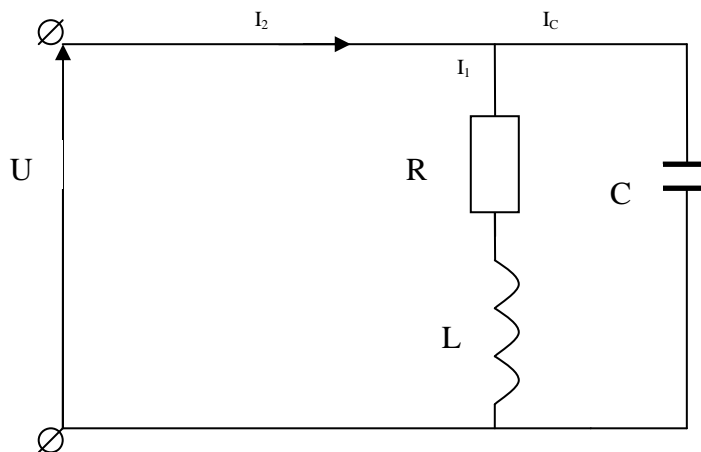
$$P = UI_1 \cos \varphi_1$$

moc bierna indukcyjna:

$$Q_L = UI_1 \sin \varphi_1 = P \operatorname{tg} \varphi_1.$$

Przewody doprowadzające prąd I_1 do odbiornika i urządzenia zasilające muszą być zwymiarowane na moc pozorną:

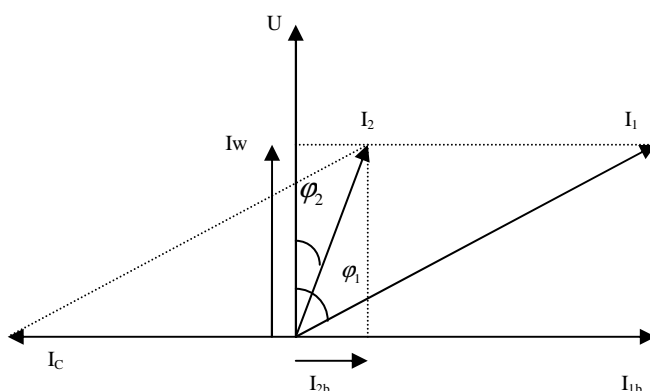
$$S = UI_2$$



Schemat obwodu z kompensacją mocy biernej indukcyjnej

Moc tę można zmniejszyć, zmniejszając prąd do wartości I_2 przez przyłączenie równoległe do odbiornika indukcyjnego – kondensatora o pojemności C . Pobiera on prąd bierny pojemnościowy I_C wyprzedzający w fazie napięcia o kąt $\frac{\pi}{2}$. W rezultacie prąd bierny (składowa bierna) pobierany przez obwód zmniejszy się do wartości:

$$I_{2b} = I_{1b} - I_C.$$



Jak widać z rysunku nowa wartość prądu I_2 jest mniejsza od wartości przed kompensacją I_1 . Spadły zatem koszty eksploatacji sieci energetycznej, wzrosła natomiast dostępna moc czynna bo kąt φ uległ zmniejszeniu.

Moc bierna pojemnościowa pobierana przez kondensator wynosi:

$$Q_C = UI_C = U \frac{U}{X_C} = U^2 \omega C.$$

W zależności od doboru kondensatora rozróżnia się dwa przypadki kompensacji: zupełną i częściową. Kompensacja zupełna jest wtedy, gdy cała moc bierna indukcyjna jest skompensowana przez moc bierną pojemnościową, tzn.:

$$Q_C = Q_L.$$

Jest to przypadek omówionego wcześniej rezonansu prądów. W praktyce nie stosuje się kompensacji zupełnej ze względów ekonomicznych. Pojemność kondensatora potrzebna do kompensacji częściowej wynosi:

$$C = \frac{P}{U^2 \omega} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2),$$

do kompensacji całkowitej:

$$C = \frac{P}{U^2 \omega} \operatorname{tg} \varphi_1,$$

pojemność kondensatora potrzebnego do kompensacji całkowitej jest zatem większa.

Przy praktycznej realizacji kompensacji mocy biernej indukcyjnej rozróżnia się kompensację indywidualną – gdy oddzielnie kompensuje się moc bierną poszczególnych odbiorników indukcyjnych, lub grupową – gdy kondensatory są zainstalowane w rozdzielni lub podstacji zasilającej grupę odbiorników lub cały zakład przemysłowy. W tym drugim przypadku należy każdorazowo dostosować pojemność kondensatorów do aktualnego poboru mocy biernej indukcyjnej, aby uniknąć przekompensowania tj. stanu, w którym $Q_C > Q_L$ i obwód ma charakter pojemnościowy, co połączone jest ze wzrostem pobieranego prądu, tym razem wyprzedzającego napięcie.